

Chapitre 5

Sur la pragmatique de la morphologie plurielle : les implicatures d'ordre supérieur

I. Lectures plurielles et lectures numériquement neutres des indéfinis pluriels

La sémantique des syntagmes de la forme *des NP* pose un problème bien connu¹, dont nous voulons montrer ici qu'il relève de la théorie des implicatures scalaires. Considérons les phrases suivantes :

- (1) Marie possède des chevaux
- (2) a. Toute personne qui possède des chevaux aime les animaux
 - b. Il est impossible que Jacques possède des chevaux
 - c. Jacques ne possède pas de chevaux

Le problème en question est le suivant : (1) se comprend comme indiquant que Marie possède **plusieurs** chevaux, et cela semble être, à première vue, la contribution de la morphologie plurielle du DP. La négation de cette proposition devrait donc être équivalente à "Il est faux que Marie possède plusieurs chevaux", et être notamment vraie si Marie possède exactement un cheval. Pourtant, (2)c ne peut pas se comprendre ainsi, et est vraie si et seulement si Jacques ne possède aucun cheval. En d'autres termes, (2)c semble avoir exactement les mêmes conditions de vérité que (3), même si l'on croit percevoir une légère nuance de sens entre les deux phrases, au demeurant assez difficile à caractériser:

- (3) Marie ne possède pas de cheval

¹ discuté notamment par Corblin (1987)

Sans doute la phrase (2)c est-elle plus appropriée dans un contexte où l'hypothèse que Marie possède plusieurs chevaux est relativement naturelle que dans un contexte où tel n'est pas le cas – ces deux phrases diffèreraient donc du point de vue de leurs présuppositions seulement, et, en tout état de cause, la morphologie plurielle ne semble pas contribuer aux conditions de vérité de (2)c. Les mêmes observations s'appliquent également à (2)a et (2)b: on comprend (2)a comme impliquant que toute personne qui possède ne serait-ce qu'un cheval aime les animaux, et (2)b comme équivalent à "il est impossible que Jaques possède un ou plusieurs chevaux". Dans ces deux cas, à nouveau, la substitution du singulier au pluriel ne modifie pas les conditions de vérité de manière claire, bien qu'on perçoive là encore certaines nuances de sens selon le choix du singulier ou du pluriel.

Pour résumer, dans certains contextes, *des* semble impliquer la pluralité; dans d'autres, la morphologie plurielle n'implique pas la pluralité, même si *quelque chose* du concept intuitif de pluralité demeure présent, non pas sur le plan des conditions de vérité, mais plutôt en ce que la morphologie plurielle impose une contrainte (difficile par ailleurs à caractériser) sur le genre de contextes dans lesquels la phrase est appropriée, ce qui relève du domaine des *présuppositions* (compris en un sens assez large)².

D'un point de vue descriptif, on pourrait postuler une ambiguïté des syntagmes de la forme *des-NP*, et chercher à déterminer quels contextes favorisent telle ou telle lecture. Nous verrons bientôt que ceci est inutile, et que l'on peut rendre compte de tous les faits pertinents à partir d'une entrée lexicale unique. Nous donnons ces deux entrées ici afin de clarifier les idées, et également pour fixer le cadre formel que nous utiliserons tout au long de ce chapitre :

Nous admettons une ontologie en termes de *semi-treillis*, désormais familière dont les caractéristiques importantes pour ce qui suit sont les suivantes : l'ensemble des objets de l'univers est muni d'une relation d'ordre "être partie de", notée \preceq (comme il s'agit d'une relation d'ordre, tout objet est donc partie de lui-même); il existe des objets *atomiques*,

² Dans les contextes négatifs, *des-NP* se trouve remplacé par *de-NPs*, de sorte qu'on pourrait croire que la perte de la lecture plurielle tient simplement à la disparition de *des*. Mais cela n'est pas vrai : on obtient exactement les mêmes conditions de vérité si, au lieu d'une négation normale, on fait précéder la phrase de « Il est faux que », ce qui permet de maintenir la forme *des*.

c'est-à-dire qui n'ont pas d'autre partie qu'eux-mêmes, et des objets non-atomiques. Pour deux objets x et y , il existe un unique z , appelé *somme* de x et y , noté $x+y$, tel que toutes les parties de x sont des parties de z , toutes les parties de y sont des parties de z , et toute partie de z est une partie de x ou de y . L'opérateur de sommation est commutatif et associatif. Par ailleurs, tout objet est décomposable en parties atomiques, en ce sens qu'il est égal à la somme de ses parties atomiques. Enfin, on admet ici que la dénotation d'un NP *singulier* dans un monde donné est un ensemble d'objets atomiques. La dénotation de la morphologie plurielle est la suivante :

$$[[\text{NP} - \text{pl}]]^w = \lambda X. \text{ toute partie atomique } x \text{ de } X \text{ appartient à } [[\text{NP}]]^w$$

En d'autres termes, $[[\text{NP} - \text{pl}]]^w$ est l'ensemble des objets dans les parties atomiques appartiennent à la dénotation de NP dans le monde w

Ceci étant posé, les deux entrées lexicales correspondant aux deux lectures de *des* seraient les suivantes³ :

$$[[\text{des} - \text{NP}_{\text{pl}}]]^w_1 = \lambda P_{\langle s, \langle e, t \rangle \rangle}. \text{ il existe } X \text{ appartenant à } [[\text{NP} - \text{pl}]]^w \text{ tel que } X \text{ appartient à } P(w)$$

$$[[\text{des} - \text{NP}_{\text{pl}}]]^w_2 = \lambda P_{\langle s, \langle e, t \rangle \rangle}. \text{ il existe } X \text{ appartenant à } [[\text{NP} - \text{pl}]]^w \text{ tel que } |X| \geq 2 \text{ et } X \text{ appartient à } P(w)$$

La première entrée correspond à la lecture "numériquement neutre", dans laquelle "des-NP" signifie "un ou plusieurs NPs", la seconde correspond à la lecture équivalente à *plusieurs NPs*, que nous nommons désormais "lecture plurielle".

³ Nous ne souhaitons pas aborder ici les nombreux débats concernant la sémantique exacte des indéfinis, singuliers ou pluriels. Dans la théorie de la représentation du discours (DRT), de tels syntagmes ne sont pas traités comme des quantificateurs existentiels, mais simplement comme introduisant des variables (voir Kamp & Reyle 1993, Corblin 2002). Certains auteurs (McNally 1998, Dayal 2003, entre autres) soutiennent par ailleurs que les indéfinis dénotent simplement des *propriétés*, et que c'est un mécanisme d'*incorporation sémantique* qui engendre les lectures existentielles. Tout ce que nous disons dans ce chapitre est compatible avec chacune de ces deux approches, pourvu que l'on procède aux ajustements nécessaires en ce qui concerne les entrées lexicales proposées. C'est uniquement par souci de clarté et d'explicitation que nous tenons à caractériser de manière précise (modèle-théorique) la sémantique des termes singuliers et pluriels, mais le choix d'un traitement « classique » (dans lequel les indéfinis sont des quantificateurs existentiels) est un pur choix d'exposition. Par ailleurs, l'ontologie que nous admettons est nettement plus simple que celle qui se trouve proposée dans de nombreux travaux sur la sémantique du pluriel ; il y a bien sûr des noms singuliers qui dénotent des groupes, et non pas des entités atomiques (*comité*), et il ne va pas de soi, par ailleurs, que tout objet est décomposable en parties atomiques, notamment lorsque l'on considère les objets qui tombent sous la dénotation de certains noms de masse comme *lait*. Nous nous permettons d'ignorer ces questions, dans la mesure où il nous semble que l'analyse proposée ici peut être « importée » dans ces formalismes plus adéquats.

Dans le cas d'une phrase de la forme *[des NP] VP*, la première entrée donne donc "Il y a un groupe contenant un ou plusieurs NPs et ce groupe a la propriété VP", et la deuxième "Il y a un groupe contenant au moins deux NPs et ce groupe a la propriété VP".

II. Les contextes dans lesquels on obtient la lecture numériquement neutre

La généralisation que nous proposons maintenant est la suivante : la neutralisation totale de la lecture plurielle s'observe dans les contextes *interrogatifs et monotones décroissants* ; nous illustrons cette généralisation par la série d'exemples suivants (pour chaque exemple, nous mettons en évidence le fait que la substitution de *plusieurs* à *des* conduit à modifier les conditions de vérité, ou, dans le cas des questions, le type de réponse appropriée) :

(4) a. Marie a-t-elle vu des chevaux ?

- # Non, elle n'en a vu qu'un/ ok Oui, elle en a vu un

b. Marie a-t-elle vu plusieurs chevaux

- ok Non, elle n'en a vu qu'un/ # Oui, elle en a vu un

(5) a. Il est impossible que Marie ait vu des chevaux

>> on comprend qu'il est impossible que Marie ait vu ne serait-ce qu'un cheval

b. Il est impossible que Marie ait vu plusieurs chevaux

>> cela n'exclut pas qu'il soit possible que Marie ait vu exactement un cheval

(6) a. Toute personne qui possède des chevaux aime les animaux

>> en particulier, si quelqu'un possède ne serait-ce qu'un cheval, il aime les animaux

b. Toute personne qui possède plusieurs chevaux aime les animaux

>> cela n'exclut pas qu'il y ait une personne possédant exactement un cheval et n'aimant pas les animaux

(7) a. S'il y a des chevaux dans le pré, Marie aura peur

>> Si, notamment, il y a un cheval (et pas plus), Marie aura peur

b. S'il y a plusieurs chevaux dans le pré, Marie aura peur

>> On tend à comprendre que la présence d'un seul cheval ne suffira pas à effrayer Marie

III. Une première hypothèse

La suspension de la lecture plurielle dans les contextes interrogatifs et monotones décroissants évoque immédiatement la distribution, d'une part, des éléments à polarité négative, et, d'autre part, la suspension des implicatures scalaires dans les mêmes contextes. Ma thèse sera ici que la suspension de la lecture plurielle est en fait un cas de suspension d'une implicature scalaire, ce qui a pour conséquence que la lecture plurielle elle-même soit considérée comme une implicature scalaire.

Dans cette perspective, les *des-NPs* ont une seule signification, et leur contribution aux conditions de vérité des phrases dans lesquelles ils apparaissent est donc la même d'un contexte syntaxique à l'autre. La signification des *des-NPs* correspond à la première entrée donnée plus haut (signification "numériquement neutre"), et ce qu'il s'agit donc de comprendre n'est pas tant la question de savoir pourquoi la lecture plurielle est absente dans certains contextes, mais plutôt pourquoi elle est parfois simplement possible.

L'hypothèse de base est la suivante : une expression comme *des-NP* entre en compétition avec une expression équivalente à *exactement un-NP*. Considérons alors à nouveau :

(8) Marie possède des chevaux

Du point de vue de son sens littéral, (8) est équivalent à "Marie possède un ou plusieurs chevaux". Mais elle entre en compétition avec la phrase suivante :

(9) Marie possède exactement un cheval

Or la phrase (9) entraîne a-symétriquement la phrase (8) (si Marie possède exactement un cheval, alors il est vrai qu'elle en possède un ou plusieurs, mais pas réciproquement), de sorte que l'on déduit que le locuteur n'a pas la croyance que (9) est vraie, et

moyennant l'hypothèse de compétence du locuteur, qu'il la croit en fait fausse, ce qui donne lieu à une *signification inférée* finalement équivalente à la lecture plurielle. On n'a pas besoin, en ce cas précis, de préciser quelle procédure de calcul des implicatures scalaires se trouve admise, puisque, lorsque les compétiteurs d'une phrase donnée se trouvent totalement ordonnés en termes de force logique, comme c'est le cas ici, l'algorithme néo-gricéen standard, celui de Sauerland, et ma propre formalisation donnent des résultats identiques. Notons tout de suite que cette hypothèse, en elle-même, peut apparaître totalement *ad hoc*, pour deux raisons essentielles :

a) Tout d'abord, on peut se demander pourquoi le *des-NP* entrerait en compétition avec un syntagme équivalent à *exactement un-NP*; cela, en effet, doit être stipulé sans autre raison que celle d'obtenir les résultats voulus; et, si l'on admet que les *échelles* de termes qui servent à définir les classes de comparaison sont notamment telles que tous les membres d'une échelle sont de la même catégorie syntaxique, cela n'a rien de naturel. Notons en particulier qu'il ne serait pas suffisant, du moins sur la base de ce que nous avons admis jusqu'ici, de postuler que *des-NP* entre en compétition avec *un-NP* (hypothèse qui, elle, serait tout à fait naturelle), puisque *un-NP* n'est *pas* en principe équivalent à *exactement un-NP*. La lecture "exacte" de *un* dans une phrase comme "Jacques a vu un cheval" est elle-même censée être une implicature scalaire, dérivée à partir de la comparaison de cette dernière phrase avec "Jacques a vu deux chevaux". En fait, la théorie que je présente maintenant a pour conséquence que les phrases "Jacques a vu un cheval" et "Jacques a vu des chevaux" sont, du point de vue de leur sens littéral, équivalentes, mais que leurs significations inférées sont distinctes, et cela parce que leurs classes de comparaison respectives seraient différentes.

b) Un deuxième aspect problématique, qui tient toujours au caractère quelque peu arbitraire de la caractérisation des classes de comparaison, est le fait qu'il soit nécessaire d'exclure *plusieurs-NP* de la classe de comparaison de *des-NP*; si *des-NP* était en compétition à la fois avec *exactement un-NP* et *plusieurs-NP*, alors la phrase "Marie possède des chevaux" devrait déclencher l'inférence que le locuteur ne sait pas si Marie possède un ou plusieurs chevaux (s'il le savait, il aurait pu utiliser ou bien "exactement un cheval" ou "plusieurs chevaux").

Face à ces problèmes conceptuels, je m'efforcerai d'abord de montrer la valeur *empirique* de l'hypothèse proposée. Je discuterai ensuite ses implications pour la théorie des implicatures scalaires.

IV. Quelques prédictions de la première hypothèse

La première des prédictions de mon hypothèse se trouve précisément être que la lecture plurielle (qui est donc, dans notre perspective, une implicature) doit disparaître dans les contextes interrogatifs et non-monotones croissants, comme cela s'observe pour les implicatures scalaires en général. Dans le cas des contextes monotones décroissants, cela tient simplement au fait que la relation de conséquence logique de "exactement un" à "un ou plusieurs" se trouve renversée. Dans le cas des contextes non-monotones, cette relation se trouve non pas renversée mais simplement rompue, mais cela doit suffire à rendre le raisonnement gricéen inopérant, et donc à suspendre la lecture plurielle. Il me semble que tel est bien le cas :

(10) Entre trois et cinq étudiants ont lu des livres de Chomsky

Cette phrase nous semble être exactement équivalente à "Entre trois et cinq étudiants ont lu au moins un livre de Chomsky" (elle mériterait néanmoins plus ample discussion).

Une deuxième prédiction est la suivante : lorsque le *des-NP* se trouve dans un contexte monotone croissant mais est interprété sous la portée d'un autre opérateur, nous nous attendons à une lecture qui ne soit équivalente ni à la lecture plurielle ni à la lecture numériquement neutre; considérons en effet la phrase suivante :

(11) Jacques est certain que Marie a récité des poèmes

Par hypothèse, (11) entre en compétition avec (12) :

(12) Jacques est certain que Marie a récité exactement un poème

Comme (12) entraîne a-symétriquement (11) (puisque (11) signifie littéralement qu'il est certain que Marie a récité au moins un poème), on doit inférer la négation de (12), c'est-à-dire "Jacques n'est pas certain que Marie ait récité exactement un poème". Le sens inféré de (11) doit donc être "Jacques est certain que Marie a récité un ou plusieurs poèmes et il n'est pas certain qu'elle ait récité exactement un poème", ce qui est équivalent à "Jacques est certain que Marie a récité un ou plusieurs poèmes, et il croit possible qu'elle en ait récité plusieurs". Cette lecture est de toute façon très proche de celle de "Jacques est certain que Marie a récité un ou plusieurs poèmes", phrase qui a elle-même pour implicature que, selon Jacques, Marie peut avoir récité exactement un poème et peut avoir récité plusieurs poèmes. La seule différence est qu'on ne déclenche pas l'implicature "Jacques croit possible que Marie ait récité exactement un poème", bien que ce dernier énoncé ne se trouve pas non plus exclu. Cette prédiction nous semble correcte : (11) nous semble en effet indiquer que Jacques est certain que Marie a récité un ou plusieurs poèmes, et qu'il est, selon lui, probable qu'elle en ait récité plusieurs (ce dernier élément tenant alors au fait que l'on déclenche l'inférence "Jacques croit possible qu'elle en ait récité plusieurs", mais pas "Jacques croit possible qu'elle en ait récité exactement un", une asymétrie qui pourrait elle-même conduire à une inférence additionnelle selon laquelle, pour Jacques, la probabilité que Marie ait récité plusieurs poèmes est plus forte que la probabilité qu'elle n'en ait récité qu'un). Les jugements des locuteurs (y compris moi-même) sont en fait assez peu stables ; d'un côté, la phrase à question conduit certainement à comprendre que le contenu de la croyance de Jacques est que Marie a récité plusieurs poèmes. D'un autre côté, au cas, où, en fait, Marie n'aurait récité qu'un seul poème, nous ne dirons pas que ce fait invalide la certitude qu'avait Jacques. On observe, me semble-t-il, le même genre d'hésitation à propos d'une phrase comme :

(13) Jacques était convaincu que Marie réciterait des poèmes

Selon notre hypothèse, cette phrase entre en compétition avec :

(14) Jacques était convaincu que Marie réciterait exactement un poème (et pas plus d'un poème)

Comme nous considérons (13) comme équivalent à « Dans tous les mondes compatibles avec ce dont Jacques était convaincu, Marie récitera un ou plusieurs poèmes », et (14) comme signifiant (du point de vue de son sens littéral) « dans tous les mondes compatibles avec ce dont Jacques était convaincu, Marie récitera exactement un poème », (13) se trouve a-symétriquement impliqué par (14), de sorte que le sens inféré de (13) s'obtiendra en conjoignant au sens littéral de (13) la négation de (14), ce qui donnera en fin de compte :

« Dans tous les mondes compatibles avec ce dont Jacques était convaincu, Marie récitera un ou plusieurs poèmes, et dans au moins un de ces mondes, Marie récitera plusieurs poèmes ». En langage ordinaire, nous prédisons donc en fin de compte une lecture équivalente à *Jacques était convaincu que Marie réciterait au moins un poème, et considérerait comme possible qu'elle en lise plusieurs*. Nous nous attendons donc, à nouveau, à la perte de la lecture plurielle, mais au maintien d'une lecture plus faible que la lecture plurielle, mais qui n'est pas équivalente pour autant à la lecture numériquement neutre. Ainsi, (13) doit différer de (15) (ci-dessous), mais cela de manière très subtile, en ce que (15) n'exclut pas que Jacques ait en fait eu la conviction que Marie ne réciterait qu'un seul poème, contrairement à (13).

(15) Jacques était convaincu que Marie réciterait un poème

A nouveau, ces prédictions nous semblent approximativement exactes, bien que difficiles à tester avec précision. Supposons que (13) ait été acceptée comme vraie, et qu'il s'avère que Marie n'a finalement récité qu'un seul poème ; alors on ne peut pas conclure clairement que Jacques était dans l'erreur, contrairement à ce qui se passerait si la phrase considérée était *Jacques était convaincu que Marie réciterait plusieurs poèmes*. D'un autre côté, on tend malgré tout à comprendre que le contenu de la conviction de Jacques, si la phrase est vraie, était que Marie réciterait plusieurs poèmes.

Ces incertitudes peuvent par ailleurs tenir au fait que les deux exemples considérés (*être certain que, être convaincu que*) sont des attributions de croyances à Jacques, et peuvent donner lieu à l'inférence que la phrase enchâssée (*Marie réciterait des poèmes*) correspond à la phrase qu'emploierait Jacques pour exprimer ses certitudes ou sa conviction ; en ce cas, on s'attend évidemment à ce que les implicatures de la phrase enchâssée fassent partie de la croyance attribuée à Jacques ; comme cette phrase enchâssée, elle, engendre clairement une lecture authentiquement plurielle, on peut

finalement inférer que la croyance attribuée est équivalente à « Marie récitera plusieurs poèmes ». Si l'on suppose que, face à une phrase de ce type, cette stratégie d'interprétation (qu'on pourrait nommer stratégie d'interprétation *citationnelle*) cohabite avec la sémantique standard admise plus haut, on peut expliquer le caractère instable de nos intuitions. La stratégie *citationnelle* justifierait, en ce cas précis, une approche *localiste* du calcul des implicatures scalaires, selon laquelle les implicatures en général serait préservée dans les contextes d'attitude propositionnelle. Nous verrons par ailleurs plus bas qu'en modifiant quelque peu notre hypothèse initiale, nous pouvons rendre compte de la possible préservation de la lecture plurielle d'une autre manière encore. En tout cas, il convient maintenant d'examiner ce qui se produit lorsque nous ne sommes pas dans un contexte d'attitude, puisqu'en un tel cas, la stratégie d'interprétation citationnelle est en principe absente. Considérons donc :

(16) Chaque jour de cette semaine, Marie a lu des poèmes

Si l'on admet que cette phrase doit être comparée avec « Chaque jour de cette semaine, Marie a lu exactement un poème », alors nous prédisons que (16) ne sera pas interprétée comme équivalente à « Chaque jour de cette semaine, Marie a lu plusieurs poèmes », mais plutôt comme signifiant que chaque jour de cette semaine, Marie a lu au moins un poème, et qu'il est faux que chaque jour de cette semaine elle n'en ait lu qu'un, c'est-à-dire, en fin de compte, qu'au moins certains jours, elle en a lu plusieurs. Les jugements sont, à nouveau, peu clairs ; la phrase n'est pas jugée fautive si Marie a lu plusieurs poèmes le lundi, le mercredi et le samedi, et qu'elle n'en a lu qu'un seul tous les autres jours ; d'un autre côté, on tend malgré tout à comprendre par défaut que Marie a lu plusieurs poèmes chaque jour. En réalité, même si nous ne pouvons plus invoquer ici la stratégie d'interprétation citationnelle, la possible préservation de la lecture plurielle n'est pas en elle-même un argument contre notre approche, dans la mesure où, comme Chierchia (2002) l'observait, il arrive que la lecture pragmatique à laquelle donne lieu un terme scalaire lorsqu'il n'est pas enchâssé soit préservée sous la portée d'un quantificateur universel :

(17) Chaque jour de cette semaine, Marie a parlé à Pierre ou à Suzanne

On peut, dans une telle phrase, interpréter *ou* comme une disjonction exclusive, et comprendre que Marie a parlé certains jours à Pierre mais pas à Suzanne, et les autres jours à Suzanne mais pas à Paul. Par analogie, on peut s'attendre à ce que la lecture « renforcée » de *des*, c'est-à-dire la lecture plurielle, soit préservée dans les mêmes contextes. Nous discuterons plus bas des différentes manières possibles de rendre compte de ces faits, et nous examinerons plusieurs modifications possibles de notre hypothèse, ainsi que leurs conséquences pour le genre de cas examinés dans cette section.

A ce point, rappelons quelles étaient les prédictions de notre hypothèse : la lecture plurielle disparaît dans les contextes non monotones croissants et interrogatifs ; dans les contextes croissants, si l'indéfini pluriel est sous la portée d'un autre opérateur, on prédit en principe la perte de la lecture plurielle, mais la présence d'une implicature, de sorte qu'on ne doit pas avoir non plus une lecture équivalente à la lecture numériquement neutre. La discussion qui précède montre que cette dernière prédiction n'est pas entièrement correcte, bien qu'elle ne soit pas non plus totalement erronée ; ce que l'on peut dire, c'est qu'il est en effet avéré que la perte totale de la lecture plurielle s'observe dans les contextes non monotones croissants et interrogatifs, et est préservée, quoique sous une forme affaiblie, lorsque le *des-NP* est sous la portée d'un autre opérateur, dans les contextes monotones croissants.

Ces observations nous donnent en fin de compte un argument en faveur de notre hypothèse (ou, comme on verra plus bas, d'une version un peu plus sophistiquée de notre hypothèse), en particulier parce qu'elles rendent cette hypothèse supérieure à une autre possible⁴, selon laquelle la lecture numériquement neutre s'observe exactement quand le *des-NP* se trouve interprété sous la portée d'un opérateur logique ; cette dernière approche prédit la disparition totale de la lecture plurielle dans tous les contextes discutés dans la section présente, alors qu'on observe en réalité ou bien que

⁴ Francis Corblin, c.p. Francis Corblin suggère que la lecture neutre s'observe chaque fois que, en termes de la théorie de la représentation du discours (voir Kamp & Reyle 1993, et Corblin 1987 sur ce sujet précis), le *des-NP* se trouve dans un DRS (*Discourse Representation Structure*) subordonné. Cela est équivalent à dire que le *des-NP* doit se trouver sous la portée syntaxique immédiate d'un opérateur qui ne soit pas un indéfini. Ma propre hypothèse fait la prédiction que, dans de tels contextes, et seulement dans ceux-là, la lecture plurielle disparaît, mais elle distingue néanmoins selon la monotonie des contextes syntaxiques. Dans les contextes non-monotones croissants, je prédis une lecture numériquement neutre et l'absence de toute inférence additionnelle liée à la morphologie plurielle. Dans les contextes croissants, je prédis la disparition de la lecture plurielle, mais la présence d'implicatures plus complexes, comme il sera expliqué plus bas.

cette lecture est préservée, ou que la présence d'un *des-DP* déclenche des effets interprétatifs assez fins dont notre hypothèse rend directement compte.

V. Une énigme qui vaut aussi confirmation

V. 1. Le contenu présuppositionnel des *des-NP*

Dans les contextes monotones décroissants, nous l'avons dit, notre hypothèse fait la prédiction correcte que la lecture plurielle disparaît totalement, du moins lorsque l'on considère seulement les conditions de vérité. Les faits qui suivent montrent cependant que le choix du singulier ou du pluriel, même dans ces contextes, peut mener à des effets interprétatifs tout à fait opposés, mais qui ne relèvent pas de la caractérisation du contenu véri-conditionnel⁵. Comparons ainsi⁶ :

- (18) a. Jacques n'a pas de frères
b. Jacques n'a pas de frère
c. # Jacques n'a pas de pères
d. Jacques n'a pas de père
- (19) a. Toute personne qui commande des livres sera servie en temps et en heures
b.# Toute personne qui commande des passeports sera servie en temps et en heures
c. Toute personne qui commande un passeport sera servie en temps et en heures

Le lecteur doit d'abord se convaincre, contre ses intuitions, que, étant donné ce qui a été montré précédemment, ces contrastes constituent bel et bien une énigme. Voici pourquoi: un locuteur naïf rend compte, correctement selon moi, de la bizarrerie de

⁵ Francis Corblin (1987) discute de faits comparables à ceux présentés dans cette section, sans toutefois en proposer la même analyse.

⁶ Ici, nous nous appuyons exclusivement sur les intuitions *orthographiques* des locuteurs. C'est un fait que ces intuitions existent, et ne sont pas uniquement acquises par apprentissage scolaire, mais reflètent (aussi) la maîtrise de ce dialecte qu'est le français écrit. On obtient les mêmes résultats lorsque l'on compare les phrases anglaises correspondantes (« Jack has no father/#Jack has no fathers »).

(18)c, par contraste avec (18)a, en disant qu' « on ne peut pas avoir plusieurs pères ». Et nous admettons comme un fait, en effet, que la phrase (18)c déclenche l'inférence selon laquelle il serait possible d'avoir plusieurs pères. Ce qui est surprenant ici, c'est que cet effet interprétatif semble tout à fait indépendant des conditions de vérité de l'énoncé. Puisque (18)a, de l'avis général, signifie que Jacques n'a **aucun** frère (et est donc équivalent à *Jacques n'a pas de frère*), et que (19)a se comprend comme signifiant que toute personne ayant commandé **un ou plusieurs** livres sera servie en temps et en heures, il suit que (18)c doit simplement signifier que Jacques n'a aucun père (cette formulation est elle-même étrange, nous l'admettons, mais nous nous en servons ici uniquement pour spécifier les conditions de vérité), et être équivalente à *Jacques n'a pas de père*, tandis que (19)b devrait être vraie exactement dans les mêmes conditions que la phrase (19)c ; mais elle est en fait inappropriée dans la mesure où elle suggère qu'il est naturel, étant donné le cours des choses, de commander plusieurs passeports, alors que tel n'est pas le cas.

Notons que cette énigme en est une quelle que soit l'analyse proposée des lectures numériquement neutres : en effet, nous considérons ici des contextes où, quelle que soit l'explication que l'on puisse en donner, l'interprétation que l'on obtient se trouve être l'interprétation « numériquement neutre », et non l'interprétation plurielle ; que quelque chose du concept intuitif de pluralité demeure doit donc être expliqué.

Nous l'avons dit, ces effets concernent le caractère *approprié* ou *non-approprié* des phrases considérées ; ils relèvent donc non pas des conditions de vérité, mais plutôt du domaine des présuppositions. Il faudrait donc, sur un plan descriptif, admettre une entrée lexicale ayant pour conséquence que les *des-NP* soient sémantiquement équivalents à *un ou plusieurs*, mais déclenchent une présupposition retenant quelque chose de la lecture plurielle. Plus exactement, la phrase « Pierre a lu des livres » devrait, d'une part, signifier (du point de vue de sa signification littérale) qu'il existe un ensemble de livres que Pierre a lu (ensemble pouvant se réduire à un seul livre), et, d'autre part, présupposer qu'étant donné nos connaissances d'arrière-plan, il *serait possible* que Pierre ait lu plusieurs livres. La négation préservant les présuppositions, cette présupposition sera conservée même dans les contextes négatifs. Cela conduirait donc à l'entrée lexicale suivante pour *des* :

Notation : soit un monde w , alors $C(w)$ dénote l'ensemble des mondes compatibles avec les *connaissances générales communes* en w . La notion de connaissance générale

commune doit se comprendre ainsi : $C(w)$ peut contenir des mondes dont les locuteurs savent qu'il ne sont pas le monde actuel, tant que ces mondes sont des mondes imaginables, au sens où il sont compatibles avec le cours normal des choses. $C(w)$ n'est donc pas équivalent à ce que Stalnaker (1973), par exemple, nomme le *Context Set*, à savoir l'ensemble des mondes compatibles avec les connaissances communes des locuteurs, c'est-à-dire qui sont tous conformes à ce que les locuteurs croient pouvoir être effectivement le cas.

- $[[\text{des-NPs}]]^w =$
 $\lambda P_{\langle s, \langle e, t \rangle \rangle} : \exists w' \in C(w) \exists x \exists y (x \neq y \ \& \ \{x, y\} \in ([[NP]]^{w'} \cap P(w))). \exists z (z \in ([[NP-pl]]^w \cap P(w)))$

J'adopte ici (comme ailleurs) les notations de Heim & Kratzer (1998), que je m'efforce maintenant d'expliquer. Si l'on omettait la partie en italique, on se retrouverait avec simplement $\lambda P_{\langle s, \langle e, t \rangle \rangle} . \exists z (z \in ([[NP-pl]]^w \cap P(w)))$. Cette dernière expression dénote la fonction qui, lorsqu'on l'applique à un prédicat P, renvoie le vrai dans le monde w si et seulement s'il existe un élément de $[[NP-pl]]^w$ qui a aussi la propriété P en w. Comme *NP-pl*, évalué en w, dénote l'ensemble des objets dont les parties atomiques sont des NP en w, cela signifie que la fonction renvoie le vrai quand la propriété à laquelle elle s'applique est vraie d'un ou plusieurs NP. Cette entrée correspond donc à la lecture numériquement neutre. La formule en italique sert, conformément à la notation utilisée dans Heim & Kratzer (1998), à transformer cette fonction totale (qui renvoie le vrai ou le faux quel que soit le prédicat auquel elle s'applique) en fonction partielle : la fonction ne sera *définie* que si la condition $\exists w' \in C(w) \exists x \exists y (x \neq y \ \& \ \{x, y\} \in ([[NP]]^{w'} \cap P(w))$ se trouve satisfaite. Celle-ci se lit ainsi : dans au moins un monde compatible avec les connaissances générales communes, il y a deux objets distincts qui appartiennent à la dénotation du NP dans ce monde et qui ont la propriété P. Autrement dit, un énoncé de la forme *[des-NP]VP* aura une valeur de vérité bien définie seulement s'il est possible, étant donné les connaissances générales communes, que deux NP aient la propriété VP (c'est en ce sens que ce dernier fait se trouve présupposé), et si cette condition est satisfaite, sera vraie si et seulement si un ou plusieurs NP ont la propriété VP.

Cette entrée permet, jusqu'à un certain point (mais jusqu'à un certain point seulement), de rendre compte d'un certain nombre de faits additionnels concernant l'usage du singulier ou des pluriels dans les phrases interrogatives. Considérons ainsi les deux paires de questions suivantes :

- (20) a. Avez-vous des enfants ?
b. Avez-vous un enfant ?
- (21) a. Avez-vous des cigarettes ?
b. Avez-vous une cigarette ?

Dans chacune des paires, les deux questions sont équivalentes, au sens où l'on y répond affirmativement exactement dans les mêmes situations. Il faut et il suffit d'avoir un ou plusieurs enfants pour répondre *oui* aux deux questions en (20), et il faut et il suffit d'avoir une ou plusieurs cigarettes pour répondre *oui* aux deux questions en (21). Cependant, dans la plupart des contextes, (20)a est plus naturelle que (20)b. Dans un contexte où l'on demande à un passant de bien vouloir vous donner une cigarette, (21)b est plus naturelle que (21)a ; en revanche, s'il s'agit de contrôler un lieu dans lequel la possession de cigarettes est interdite, (21)a est plus naturelle que (21)b. Cela peut se comprendre ainsi : d'après ce que nous avons dit précédemment, (20)a et (20)b diffèrent par leurs *présuppositions*. (20)a présuppose qu'il est conforme au cours général des choses que l'interlocuteur ait plusieurs enfants, alors que (20)b ne présuppose rien de tel. La préférence relative pour (20)a peut donc tenir à un principe général, défendu notamment par Sauerland (2003) à partir d'une remarque de Irene Heim, selon lequel, entre deux phrases dont le contenu véri-conditionnel est identique⁷, les locuteurs choisissent celle dont les présuppositions sont les plus fortes, si ces présuppositions sont évidemment satisfaites dans le contexte de l'énonciation (principe de *maximisation des*

⁷ La notion de « contenu véri-conditionnel » n'a bien sûr pas de sens clair dans le cas de questions ; conformément à l'analyse proposée dans le chapitre 2, nous considérons que l'équivalent de cette notion pour les phrases interrogatives peut se définir de la manière suivante : une phrase interrogative dénote une fonction de mondes à propositions, qui associe à chaque monde la proposition qui est la réponse complète correcte à la question en ce monde. Pour une question de type oui/non, il s'agira donc d'une fonction qui associera l'affirmation de la phrase déclarative correspondante à certains mondes, et sa négation à d'autres ; en d'autres termes, une question *oui/non* divise l'espace logique en deux parties disjointes, l'une dans laquelle la réponse correcte est *oui*, l'autre dans laquelle la réponse correcte est *non*. En ce sens, les deux phrases qui composent chacune des paires (20) et (21) ont bien le même « contenu » si notre hypothèse est correcte.

présuppositions)⁸. Le caractère d'évidence de l'affirmation selon laquelle il est conforme au cours naturel des choses d'avoir plusieurs enfants conduit donc à préférer (20)a. Les exemples en (21) ne se prêtent pas de manière immédiate à une analyse du même genre. En principe, (21)a déclenche la présupposition qu'il est conforme au cours normal des choses que l'interlocuteur ait plusieurs cigarettes ; comme il s'agit là clairement de quelque chose que nous savons être vrai en toute généralité, on prédit donc une préférence pour (21)a, et ce quel que soit le contexte (toujours en raison du principe sauerlandien de « maximisation des présuppositions ») ; mais nous avons vu que cela n'est pas toujours le cas. Il est manifeste que la raison pour laquelle, dans le contexte d'une « demande de cigarettes », on emploie le singulier plutôt que le pluriel est que l'utilisation du pluriel ne serait pas loin de suggérer que l'on demande en fait *plusieurs cigarettes*. Il s'avère donc que le caractère approprié de l'usage du singulier et du pluriel ne dépend pas seulement du contenu littéral de la question, mais également des buts sous-jacents que l'on attribue au locuteur. Nous ne pouvons donc pas rendre compte de ce cas sans hypothèses auxiliaires. Une possibilité serait de réanalyser les deux questions en (21) comme suit :

- (22) a. Avez-vous des cigarettes à me donner ?
 b. Avez-vous une cigarette à me donner ?

En ce cas, la préférence pour (22)a s'explique aisément : (22)b présuppose en effet, d'après l'analyse proposée, qu'il est conforme au cours général des choses que l'interlocuteur donne au locuteur plusieurs cigarettes, ce qui n'est clairement pas le cas dans les contextes dont nous parlons. La bizarrerie de (22)a et (21)a serait alors réductible à un cas d'*échec présuppositionnel*. En pratique, l'emploi de l'une de ces deux questions est une manière indirecte d'affirmer (en tenant cela pour acquis) qu'il serait normal que l'interlocuteur sacrifie *plusieurs cigarettes* au profit du locuteur, et n'est donc pas loin de se comprendre comme une demande de *plusieurs cigarettes*, d'où le caractère impoli d'une telle question.

Je mentionne encore deux faits qui viennent à l'appui de l'analyse proposée :

⁸ Pour illustrer ce principe, nous recourons à l'exemple initial que Sauerland attribue à Heim. Supposons qu'il soit connaissance commune que Marie possède une et une seule voiture ; alors il sera étrange d'affirmer que « Jacques a volé une voiture de Marie », et l'on préférera dire « Jacques a volé la voiture de Marie ». Si au contraire on sait que Marie possède plusieurs voitures, on devra dire plutôt « Jacques a volé une voiture de Marie ».

- a) Francis Corblin (c.p.) remarque que, bien que la question *Avez-vous des enfants ?* soit en général plus naturelle que *Avez-vous un enfant ?*, cette dernière s'emploierait de façon appropriée si elle était adressée à une très jeune fille, en âge de procréer, mais trop jeune pour qu'il soit plausible qu'elle ait plusieurs enfants. Cela suit directement de ce qui vient d'être proposé : en un tel contexte, la présupposition qu'il est conforme au cours naturel des choses que l'interlocuteur ait plusieurs enfants n'est pas manifestement satisfaite.
- b) Supposons que nous soyons dans un pays où la loi dissuade fortement les individus d'avoir plus d'un enfant (comme c'est le cas en Chine populaire), de sorte qu'il n'est *pas* conforme au cours naturel des choses d'avoir plusieurs enfants. On prédit qu'en un tel contexte, la question *Avez-vous un enfant ?* sera plus appropriée que la question *Avez-vous des enfants ?* Cela nous semble être le cas.

L'entrée lexicale que nous avons proposée pour *des* et le principe de *maximisation des présuppositions* permettent donc de rendre compte d'un ensemble de faits interprétatifs subtils liés au choix du singulier ou du pluriel. Mais nous nous trouvons néanmoins dans une situation conceptuellement peu satisfaisante : d'un côté, nous avons affirmé que le contenu véri-conditionnel littéral d'un *des-NP* est le même que celui d'un *un-NP*, et que la lecture plurielle est une sorte d'implicature scalaire ; de l'autre, nous avons postulé que le contenu présuppositionnel d'un *des-NP* fait intervenir directement la notion intuitive de pluralité. Il serait naturel de rechercher un lien entre ces deux ordres de faits, c'est-à-dire d'explorer une hypothèse tout à fait différente, selon laquelle les lectures plurielles (au plan véri-conditionnel) sont explicables à partir du contenu présuppositionnel, selon un mécanisme qui resterait à décrire, où à l'inverse, que le contenu présuppositionnel des *des-NP* est lui-même déductible de leur contribution aux conditions de vérité. Ce que nous voulons montrer maintenant, c'est que l'énigme que nous avons mise en évidence (l'existence de cette présupposition en rapport avec l'interprétation plurielle, alors même que le contenu véri-conditionnel du *des-NP* est clairement numériquement neutre) est un exemple d'un phénomène plus général que l'on retrouve avec tous les termes donnant lieu à des implicatures scalaires. Bien que la raison d'être de ce phénomène demeure mystérieuse, il reste que cette similitude additionnelle entre les *des-NP* et les termes qui déclenche des implicatures

scalaires nous donne en fin de compte un argument de plus en faveur de notre hypothèse initiale.

V. 2. Le cas des autres termes scalaires

Nous pouvons résumer les observations précédentes comme suit ; le sens littéral d'un *des-NP* est équivalent à « un ou plusieurs NP » ; son sens « enrichi », qu'on obtient dans les contextes monotones croissants, en particulier lorsque le *des-NP* n'est dans la portée d'aucun opérateur, est équivalent à « plusieurs NP » ; enfin, une phrase de la forme $[[des -NP] VP]$ (resp. de la forme $[Sujet [V [des-NP]]]$) enchâssée dans n'importe quel contexte syntaxique, et donc, en particulier, ceux dans lesquels on n'obtient **pas** la lecture enrichie, déclenche la présupposition suivante : « il serait conforme au cours normal des choses que $[[plusieurs-NP] VP]$ (resp. que $[Sujet [V [plusieurs-NP]]]$) » ; cette présupposition peut également se décrire ainsi : « il serait conforme au cours normal des choses que la phrase $[[des-NP] VP]$ (resp. $[Sujet [V [des-NP]]]$), **dans son sens enrichi**, soit vraie »

Supposons maintenant que tous les termes déclenchant des implicatures scalaires fonctionnent de façon analogue ; prenons alors l'exemple de *ou*. Son « sens enrichi » est le sens exclusif. Par analogie, on s'attend à ce qu'une phrase de la forme $X ou Y$ déclenche, même dans les contextes où l'on perd la lecture exclusive (contextes monotones décroissants en particulier), la présupposition selon laquelle il serait conforme au cours normal des choses que « X ou Y » soit vraie sous la lecture exclusive de la disjonction. Le tableau suivant clarifiera peut-être l'hypothèse :

	Sens littéral	Sens enrichi (seulement dans les contextes croissants)	Présupposition (dans tous les contextes)
$[des-NPs] VP$	Au moins un NP a la propriété dénotée par VP	Au moins deux NPs ont la propriété dénotée par VP	Il aurait pu se faire qu'au moins deux NPs aient la propriété dénotée par VP
A ou B	$A ou_{incl} B$	$A ou_{excl} B$	Il aurait pu se faire que $A ou_{excl} B$ soit vrai.

Comment tester cette prédiction ? Il faut simplement trouver un contexte qui exclut la possibilité que « X ou Y » soit vraie sous la lecture exclusive (autrement dit, la

fausseté de « X ou Y » sous la lecture exclusive doit faire partie des connaissances générales communes). Un tel contexte est tel que les quatre énoncés suivants sont contextuellement équivalents⁹ : *X*, *Y*, *X ou Y*, *X et Y*. En effet, s'il est impossible que la lecture exclusive soit vraie, il suit que X ne peut pas être vrai sans que Y le soit, et que Y ne peut pas être vrai sans que X le soit. Un tel contexte peut être présenté par le scénario suivant :

Il est connu que Pierre et Jacques sont des frères siamois ; il s'ensuit que la phrase « Marie a vu Pierre par la fenêtre » est contextuellement équivalente à « Marie a vu Jacques par la fenêtre »¹⁰, ainsi qu'à « Marie a vu Pierre ou Jacques par la fenêtre » et à « Marie a vu Pierre et Jacques par la fenêtre ».

On s'attend donc à ce que toute occurrence de la phrase « Marie a vu Pierre ou Jacques par la fenêtre », dans un contexte enchâssé comme dans un contexte non-enchâssé, soit perçue, dans ce contexte imaginaire, comme inappropriée, puisque ce contexte ne satisfait pas la présupposition selon laquelle il est conforme au cours général des choses que Marie ait vu Pierre sans Jacques ou Jacques sans Pierre. Tel est bien le cas :

(dans le contexte présenté ci-dessus...)

- (23) a. #Marie a vu Jacques ou Pierre par la fenêtre
 b. # Si Marie voit Jacques ou Pierre par la fenêtre, qu'elle me téléphone
 c. # Il est impossible que Marie ait vu Jacques ou Pierre par la fenêtre

Encore une fois, ce qui paraît évident au locuteur naïf ne va en fait pas de soi. Dans le contexte en question, les quatre phrases « Marie a vu Jacques », « Marie a vu Pierre », « Marie a vu Jacques ou Pierre » et « Marie a vu Jacques et Pierre » sont contextuellement équivalentes, de sorte qu'il n'existe aucune raison vériditionnelle de préférer l'une des quatre à toutes les autres ; en réalité il y a toujours une préférence très marquée pour la quatrième possibilité (« Marie a vu Jacques et Pierre »).

On peut donc proposer la généralisation suivante : l'usage d'un terme scalaire n'est pas approprié lorsque l'usage d'un terme plus haut dans la même échelle produit

⁹ Au sens où nous employons l'expression, ici, deux phrases X et Y sont contextuellement équivalentes dans un contexte c si X et Y ont la même valeur de vérité dans tous les mondes de C, où C contient les mondes compatibles avec les croyances générales communes en c.

¹⁰ Nous idéalisons un peu : en toute rigueur, Marie pourrait voir Jacques sans Paul, si une partie du continuum spatial qu'occupent Jacques et Paul lui était cachée.

une phrase contextuellement équivalente. En d'autres termes, pour une même interprétation, il faut préférer les termes les plus « hauts ». Reprenant la terminologie utilisée par Horn (1972, 1989), nous disons qu'un terme scalaire A est plus « haut » qu'un terme B dans une échelle donnée si, dans tous les contextes monotones croissants, la substitution de B à A donne une phrase qui est a-symétriquement impliquée par la première. Pour montrer que le phénomène évoqué est tout à fait général, je m'intéresse maintenant à un autre terme scalaire, à savoir *la plupart*, dont nous supposons qu'il appartient à la même échelle que *tous*, lequel est un terme plus haut : une phrase de la forme *La plupart des NP VP* déclenche l'inférence selon laquelle *Il est faux que tous les NP VP*, de sorte que le sens « enrichi » d'une telle phrase est *La plupart des NP, mais pas tous, VP*. La généralisation proposée conduit à prédire la présupposition suivante, pour toute phrase contenant *La plupart des NP VP* : il est possible, étant donné le cours normale des choses, que *la plupart des NP mais pas tous VP*. Pour tester cette hypothèse, il faut à nouveau construire un contexte dans lequel la présupposition en question n'est pas satisfaite. Imaginons donc un ensemble d'objets physiquement solidaires, par exemple un ensemble d'atomes formant une molécule, non séparables les uns des autres. Considérons alors les phrases suivantes :

- (24) a. # La plupart des atomes se sont déplacés vers la droite
 b. # Si la plupart des atomes se déplacent vers la droite, alors une lumière s'allumera
 c. # Il est faux que la plupart des atomes se soient déplacés vers la droite

Chacune de ces phrases est jugée déviante dans un tel contexte.

VI. Une seconde hypothèse : les implicatures d'ordre supérieur

Je reviens maintenant à mon hypothèse initiale, pour me demander de quels principes naturels elle pourrait dériver, ce qui m'amènera à la modifier. Comme on l'a déjà vu, la supposition qu'un syntagme de type *des NP* entre en compétition avec *exactement un-NP* n'a rien d'attendu ; ce qui serait plus naturel, en revanche, c'est qu'un tel syntagme entre en compétition avec *un-NP*. Il convient à ce point de rappeler la sémantique communément admise pour un DP indéfini singulier :

$$[[\text{un} - \text{NP}]]^w = \lambda P_{\langle s, \langle e, t \rangle \rangle}. \exists x \in [[\text{NP}]]^w \cap P(w)$$

Rappelons à nouveau notre hypothèse concernant celle de *des-NP*, en omettant la partie présuppositionnelle discutée plus haut :

$$[[\text{des} - \text{NP}_{pl}]]^w_1 = \lambda P_{\langle s, \langle e, t \rangle \rangle}. \exists x \in [[\text{NP} - pl]]^w \cap P(w)$$

Ces deux entrées sont presque identiques ; en fait, il est possible de donner la même entrée pour *un* et *des*, et de faire reposer toute la différence interprétative sur la présence ou l'absence de la morphologie plurielle. Partant d'un NP singulier qui, nous l'admettons ici, dénote un ensemble d'atomes, on caractérise la sémantique de la marque de pluriel comme celle d'un opérateur qui, s'appliquant à une expression qui dénote un ensemble d'atomes A, renvoie l'ensemble des objets dont toutes les parties atomiques appartiennent à A. On a ainsi :

$$[[pl]]^w = \lambda Q. \lambda x. \text{ tout élément atomique de } x \text{ appartient à } Q(w)$$

et, de ce fait,

$$[[\text{NP-pl}]]^w = [[pl]]^w([[NP]]^w) = \lambda x. \text{ tout élément atomique de } x \text{ appartient à } [[NP]]^w$$

Il est alors possible d'attribuer à *un* et *des* exactement le même contenu sémantique, celui d'un quantificateur existentiel, la différence morphologique ne jouant aucun rôle (si l'on adopte cette analyse, l'impossibilité d'une expression comme *un NP-pl* tient à une simple règle d'accord, et le trait *pluriel* des *des* n'est pas interprété). Cela donnerait donc :

$$[[\text{un}]]^w = [[\text{des}]]^w = \lambda Q \lambda P. \exists x \in Q(w) \cap P(w)$$

L'interprétation de *un-NP VP* serait alors :

- Il existe un membre de $[[\text{NP}]]$ qui a la propriété VP

Et celle de *des-NP VP* :

- il existe un membre de $[[\text{NP-pl}]]$ et qui a la propriété VP, soit :

- il existe un objet X dont toute partie atomique appartient à [[NP]] et tel que X a la propriété VP

Ces deux paraphrases ne sont pas en général équivalentes, en particulier lorsque nous considérons un VP qui n'est pas distributif. Supposons que le VP en question soit *soulever un piano sans aide de quiconque*. Supposons que Jacques et Pierre ont, ensemble, soulevé un piano sans l'aide de quiconque ; il sera alors vrai de l'objet *Jacques+Pierre*, lequel est tel que chacune de ses parties atomiques est un homme, qu'il a soulevé un piano sans aide de quiconque ; la phrase *Des hommes ont soulevé un piano sans aide de quiconque* serait donc vraie dans cette situation, mais pas, en revanche, la phrase *Un homme a soulevé un piano sans aide de quiconque*. D'un autre côté, s'il est vrai qu'un homme a soulevé un piano sans aide de quiconque, alors il y a bien un objet dont tout membre atomique est un homme et tel que cet objet a soulevé un piano sans aide. On est donc bien dans une situation où la phrase contenant *un* entraîne asymétriquement la phrase contenant *des*, étant donné les entrées lexicales proposées. Encore faut-il ajouter qu'il en va ainsi seulement sous *une* des interprétations de *Des hommes ont soulevé un piano sans aide de quiconque*, celle dans laquelle *soulever un piano sans aide de quiconque* n'est pas interprété distributivement (dans l'interprétation distributive, cette phrase signifie qu'il y a un ensemble d'hommes tel que chacun d'eux a soulevé un piano sans aide). Cette relation d'implication asymétrique existera à chaque fois que le VP dénote un prédicat non-distributif¹¹. Quand cela est le cas, notre hypothèse est donc réductible à celle d'une compétition entre le singulier et le pluriel, ce qui est parfaitement naturel.

Cependant, la lecture plurielle des *des-NP* dans les contextes monotones croissants s'observe aussi lorsque le prédicat avec lequel *des-NP* se trouve combiné est interprété distributivement, de sorte que l'analyse proposée ci-dessus ne rend finalement pas compte des faits observés. Lorsque l'on considère, par exemple, le prédicat *être blond*, il s'avère que, d'après les entrées lexicales données ci-dessus, les phrases *Un étudiant est blond* et *Des étudiants sont blonds* sont équivalentes. Cela tient au caractère

¹¹ Nous ne voulons pas ici nous engager dans une discussion pointue concernant l'opposition collectif/distributif. Nous dirons simplement qu'un prédicat P est distributif lorsqu'il valide le schéma suivant, pour tout objet X :

P(X) si et seulement si pour toute partie x de X, P(x). Il faut noter qu'un prédicat non-distributif n'est pas pour autant un prédicat collectif ; *soulever un piano*, dans son interprétation non-distributive, peut représenter une propriété vraie d'un objet atomique. Ces points ont déjà été illustrés dans l'appendice 2 du chapitre 2, et dans le chapitre 3.

intrinsèquement distributif du prédicat *blond* (du moins lorsqu'il sert à caractériser la couleur des cheveux d'un être humain), c'est-à-dire le fait que ce prédicat respecte le schéma suivant :

$$\forall X (\text{Blond}(X) \Leftrightarrow \forall x ((\text{atomique}(x) \wedge x \in X) \rightarrow \text{Blond}(X)))$$

En ce cas, en effet, *Des étudiants sont blonds* est interprété comme signifiant qu'il existe un objet *X* dont chaque partie atomique est un étudiant et tel que *X* est blond, c'est-à-dire tel que toute partie atomique de *X* est blond ; en d'autres termes, la phrase signifie qu'il existe un ou plusieurs étudiants blonds, ce qui équivaut à *Un étudiant est blond* (étant donné l'entrée lexical admise pour *un*). Dans toute la suite de ce chapitre, nous considérons uniquement les cas dans lesquels les conditions de vérité selon que l'on emploie *des* ou *un* sont les mêmes, étant données les entrées lexicales admises plus haut.

A ce point, il paraît naturel de supposer qu'en réalité, comme les locuteurs en ont d'ailleurs l'intuition, une phrase comme *Un étudiant est blond* signifie *Exactement un étudiant est blond*. Mais nous considérons, comme cela est admis par la plupart des linguistes, que cette dernière lecture ne correspond pas au sens littéral de cette phrase, mais est elle-même une implicature scalaire. Il faudrait donc admettre que la lecture plurielle des *des-NP* dans une phrase *S* provient de la comparaison de la phrase *S* avec la phrase *S'* obtenue en substituant *un* à *des*, étant admis qu'on considère alors le *sens enrichi* de *S'*, et non son sens littéral. L'idée serait, finalement, que la lecture plurielle de *des* serait une « implicature de second-ordre », en ce sens qu'elle proviendrait d'un raisonnement qui tiendrait compte non seulement des significations littérales des phrases en compétition, mais également de leurs significations pragmatiques, elles-mêmes issues d'un raisonnement analogue. Dans l'optique gricéenne, qu'un tel phénomène existe est *a priori* attendu : ce que nous appelons le « sens inféré », en effet, est non seulement le produit d'un raisonnement de l'interlocuteur à propos des intentions du locuteur, mais fait également partie de ce que le locuteur a l'intention de communiquer, de « ce qui est dit » ; du fait que les maximes de la conversation sont *connaissance commune* (au sens que donne à ce mot David Lewis 1969¹²), le locuteur *sait* que l'interlocuteur va aboutir au « sens inféré », l'interlocuteur lui-même sait que le

¹² Une proposition *S* est connaissance commune entre deux agents *A* et *B* si *A* croit que *S* et *B* croit que *S*, *A* sait que *B* croit que *S*, *B* sait que *A* croit que *S*, *A* sait que *B* sait que *A* croit que *S*, etc.

locuteur le sait, et ainsi de suite, de sorte qu'en fin de compte le sens inféré correspond, dans l'esprit de l'interlocuteur, à une proposition dont il a déduit que le locuteur non seulement doit la croire vraie, mais aussi qu'il veut, au moyen de son assertion, la communiquer. De ce fait, le « sens inféré », bien que n'étant pas directement produit par les mécanismes compositionnels d'interprétation, est néanmoins le sens finalement conventionnellement associé à l'énoncé. Il est donc parfaitement attendu que cette signification inférée puisse elle-même servir de base à de nouvelles inférences.

Mais revenons à l'objet initial de cette discussion. Nous supposons maintenant, d'une part, qu'un *des-NP* entre en compétition avec le *un-NP* correspondant (autrement dit, on admet l'échelle <un, des>), et d'autre part, qu'un *un-NP* entre par ailleurs en compétition avec tous les syntagmes numériques correspondants (on admet l'échelle <un, deux, trois.....>¹³) Voici alors comment l'on pourrait décrire le raisonnement conduisant à l'interprétation plurielle ; considérons à nouveau :

(25) Marie a vu des chevaux

(26) Marie a vu un cheval

Par hypothèse, (25) entre en compétition avec (26). L'interlocuteur doit donc se demander pour quelle raison le locuteur qui a prononcé (25) a pu préférer (25) à (26). Comme les deux phrases sont véri-conditionnellement équivalentes (du point de vue de leur sens littéral), l'interlocuteur peut conclure qu'il doit aussi considérer le sens inféré de (26) ; du fait que (26) (mais pas (25)) a aussi pour alternative la phrase *Marie a vu deux chevaux*, le sens inféré de (26) sera « Marie a vu exactement un cheval ». On se ramène ainsi, quoique de manière indirecte, à l'hypothèse initiale. Supposons à l'inverse que (26) ait été prononcée. Le locuteur doit alors se demander pourquoi (26) a été préférée à (25) ; une réponse naturelle est précisément que, bien que les deux phrases soient véri-conditionnellement équivalentes, elles n'ont pas les mêmes alternatives, de

¹³ Il existe des raisons de penser que la forme *un*, en français, correspond en fait à deux entrées distinctes, selon qu'il est employé comme article indéfini singulier, ou comme numéral (ces deux éléments étant effectivement distingués dans le lexique de nombreuses langues, à commencer par l'anglais). Cela ne pose pas de difficulté particulière : si l'on suppose que *des* entre en compétition non pas avec le numéral *un*, mais avec l'article *un*, il suffit d'admettre que l'article *un* est dans la même échelle que *plusieurs*. Cette dernière supposition est indépendamment motivée, par des exemples comme *Marie n'a pas lu UN livre, elle en a lu PLUSIEURS*, dans lesquels l'emploi métalinguistique, ou encore « rhétorique », de la négation sert à nier le sens « enrichi » de « Marie a lu un livre », tandis que le deuxième membre de phrase vient préciser ce que l'interlocuteur *aurait dû* dire à la place de ce qu'il a effectivement dit, ce qui nous semble être un test possible pour déterminer la nature exacte des échelles.

sorte que la préférence pour (26) doit tenir au fait que, en considérant les alternatives autres que (25), on obtient un renforcement du sens de la phrase (la lecture « exactement un ») que l'on ne pourrait pas obtenir à partir de (25). Cette description très informelle, si elle est correcte, fait une prédiction en réalité différente de notre hypothèse initiale dans le cas où le *des-NP* se trouve sous la portée, par exemple, d'un quantificateur universel :

(27) Chacun des élèves a récité des poèmes.

Notre hypothèse initiale était que cette phrase entre en compétition avec *Chacun des élèves a récité exactement un poème*, de sorte que l'on devait inférer qu'« il est faux que chacun des élèves a récité exactement un poème », et le sens inféré était finalement paraphrasable par « Chacun des élèves a récité au moins un poème, et au moins un en a récité plusieurs ».

Mais notre hypothèse présente est plutôt que (27) entre en compétition avec (28), dans son sens « renforcé »:

(28) Chacun des élèves a récité un poème

Or, le sens renforcé de (28) est (au moins dans certains contextes – voir la discussion plus bas) obtenu en prenant la négation de *Chacun des élèves a récité deux poèmes*, ce qui nous donne finalement *Chacun des élèves a récité un ou plusieurs poèmes, et au moins un n'en a récité qu'un seul*. L'interprétation « renforcée » de (27) est elle-même exprimable par la conjonction de (27) (dans son sens littéral : *chacun des élèves a récité un ou plusieurs poèmes*) de la négation du sens renforcé de (28), ce qui nous donne en fin de compte :

Chacun des élèves a récité un ou plusieurs poèmes et il est faux que chacun des élèves a récité un ou plusieurs poèmes et qu'au moins un n'en a récité qu'un seul, ce qui est équivalent à *chacun des élèves a récité un ou plusieurs poèmes et il est faux qu'au moins un élève n'en a récité qu'un seul*, ce qui est équivalent à *chacun des élèves a récité plusieurs poèmes*. Nous faisons donc maintenant la prédiction que la lecture « plurielle » du *des-NP* se maintiendra lorsque le *des-NP* est sous la portée d'un quantificateur universel. De manière plus générale, cette interprétation est prédite, sous certaines conditions (voir la discussion plus bas), tant que le *des-NP* se trouve dans un

contexte monotone croissant. Sur la base de l'approche néo-gricéenne standard des implicatures scalaires (qui suffit à une présentation informelle), en effet, on peut raisonner comme suit : soit une phrase S contenant un *des-NP* et telle que S définisse un contexte monotone croissant pour le *des-NP*. Nous notons $S(X)$ la phrase obtenue en substituant l'expression X au *des-NP*. Considérons alors $S(\textit{un-NP})$; comme, par hypothèse, *un-NP* y apparaît dans un contexte monotone croissant, il suit que le sens renforcé de $S(\textit{un-NP})$ sera $S(\textit{un-NP})$ et $\neg S(\textit{deux-NP})$. Comme $S(\textit{des-NP})$ entre en compétition avec cette lecture renforcée et se trouve a-symétriquement impliquée par elle, le sens renforcé de $S(\textit{des-NP})$ s'obtient en lui conjoignant la négation du sens renforcé de $S(\textit{un-NP})$; on obtient finalement le sens renforcé suivant pour $S(\textit{des-NP})$: $S(\textit{des-NP}) \wedge \neg(S(\textit{un-NP}) \wedge \neg S(\textit{deux-NP}))$, ce qui est équivalent à $S(\textit{des-NP}) \wedge (\neg S(\textit{un-NP}) \wedge S(\textit{deux-NP}))$. Comme $S(\textit{un-NP})$ est par hypothèse équivalent à $S(\textit{des-NP})$, cette dernière formule se trouve elle-même équivalente à $S(\textit{des-NP}) \wedge S(\textit{deux-NP})$, c'est-à-dire à $S(\textit{deux-NP})$ (sous l'interprétation littérale de *deux* qui, dans les contextes que nous considérons, est équivalente à celle de *plusieurs*). On obtient donc en fin de compte une lecture plurielle pour le *des-DP*.

Il convient ici, cependant, d'apporter un correctif à ce qui vient d'être montré ; ce dernier résultat repose sur la présomption que $S(\textit{un-NP})$ a pour sens renforcé $S(\textit{un-NP}) \wedge \neg S(\textit{deux-NP})$, ce que prévoit la procédure néo-gricéenne standard ; or cela peut n'être pas le cas lorsque *un-NP* est lui-même sous la portée d'un terme scalaire qui contribue lui aussi à définir les alternatives pertinentes. Considérons ainsi à nouveau :

(29) Chacun des élèves a récité un poème

Nous avons supposé que la seule alternative pertinente était *Chacun des élèves a récité deux poèmes*. Mais, si l'on admet du fait que *chacun des* est lui-même membre d'une échelle (celle de *quelques* et de *un*), alors on doit aussi tenir compte des alternatives suivantes :

- *Un élèves a récité un poème*
- *Un élève a récité deux poèmes*

Si, comme on l'a supposé dans le Chapitre 1, les alternatives de toute phrase sont closes sous la disjonction et la disjonction, la sens inféré sera alors équivalent, comme cela a été prouvé, à la lecture exhaustive de la phrase considérée. En ce cas précis, il se trouve que cette lecture exhaustive est équivalente à *Chacun des élèves a récité exactement un poème* (tous les mondes dans lesquels ne serait-ce qu'un élève aurait récité plusieurs poèmes seraient des mondes qui rendraient vraies davantage d'alternatives). On retrouverait donc notre hypothèse initiale, et l'on prédirait donc à nouveau, semble-t-il, que (27) a pour interprétation renforcée *Chacun des élèves a récité au moins un poème, et au moins l'un d'entre eux en a récité plusieurs*. Mais cela n'est qu'une apparence : en effet, en ce cas, la phrase (27) elle-même aurait non seulement pour alternative *Chacun des élèves a récité exactement un poème*, mais aussi la phrase *Un élève a récité exactement un poème* ; et, en fin de compte, toujours sous l'hypothèse de la clôture des alternatives sous la conjonction et la disjonction, on pourrait raisonner ainsi : s'il était vrai qu'un élève a récité exactement un poème, et d'autres plusieurs, le locuteur aurait pu dire « Chacun des élèves a récité des poèmes, et quelques élèves en ont récité un seul » ; comme cette phrase, qui fait partie des alternatives, n'a pas été choisie, on conclurait finalement qu'elle est fautive pour le locuteur, et qu'aucun élève n'a récité exactement un poème, d'où finalement une lecture à nouveau équivalente à *Chacun des élèves a récité plusieurs poèmes*. On voit donc que le fait que la lecture plurielle soit préservée, en général, sous la portée qu'un quantificateur universel, est attendu *quelle que soit la manière de caractériser les alternatives* (toujours du point de vue de notre hypothèse modifiée, selon laquelle on compare la phrase contenant le *des-NP* au sens renforcé de celle qu'on obtient en substituant au *des-NP* un *un-NP*). Dans le cas de la phrase (27), cela semble correspondre aux intuitions des locuteurs. Rappelons cependant que la phrase (16) (*Chaque jour de cette semaine, Marie a récité des poèmes*), pourtant analogue, ne donne pas lieu à un jugement aussi net. En un tel cas, il semble possible que la phrase soit jugée vraie même si, certains jours de la semaine, Marie n'a récité qu'un seul poème (tant qu'elle en a récité plusieurs d'autres jours).

Considérons maintenant d'autres contextes monotones croissants, comme la phrase (13), répétée ci-dessous :

(30) Jacques était convaincu que Marie réciterait des poèmes

En ce cas, comme l'on peut supposer que le seul élément contribuant à la définition des alternatives pertinentes est *des poèmes*, le raisonnement présenté plus haut conduit encore à prédire l'interprétation *Jacques était convaincu que Marie réciterait plusieurs poèmes*. Or nous avons remarqué, lorsque nous discutons cette phrase, que l'interprétation précise de cette phrase est loin d'être claire ; d'un côté, on tend à conclure, quand on accepte cette phrase comme vraie, que le contenu de croyance de Jacques était que Marie réciterait plusieurs poèmes ; d'un autre, on ne conclut pas nécessairement que les croyances de Jacques étaient erronées s'il s'avérait que Marie n'a récité qu'un seul poème. Par mesure de clarification, nous énonçons ci-dessous les deux lectures possibles de cette phrase, ainsi que les prédictions faites par chacune des deux hypothèses considérées (selon l'hypothèse initiale, un DP de la forme *des-NP* a pour alternative le syntagme correspondant de la forme *exactement un-NP* ; selon l'hypothèse examinée dans cette section, une phrase contenant un DP de la forme *des-NP* est en compétition avec la lecture renforcée de la phrase correspondante obtenue en substituant *un-NP* à *des-NP*) :

1^{re} hypothèse :

Jacques était convaincu que Marie réciterait des poèmes a pour alternative *Jacques était convaincu que Marie réciterait exactement un poème*

>> Prédiction : *Jacques était convaincu que Marie réciterait au moins un poème, et croyait possible qu'elle en récite plusieurs*

2^{ème} hypothèse :

Jacques était convaincu que Marie réciterait des poèmes a pour alternative le **sens renforcé** de *Jacques était convaincu que Marie réciterait un poème*, c'est-à-dire *Jacques était convaincu que Marie réciterait un poème et n'était pas convaincu qu'elle en réciterait plusieurs*.

>> Prédiction : *Jacques était convaincu que Marie réciterait plusieurs poèmes*

Devant la difficulté à décider de ce que sont les faits dans les cas qui, en principe, pourraient trancher en faveur de l'une des deux hypothèses, je m'efforce dans ce qui suit de les concilier, au moyen d'une formalisation faisant appel à un opérateur d'exhaustivité présent dans la forme logique des phrases considérées.

VII. L'application récursive de l'opérateur d'exhaustivité¹⁴

Nous supposons maintenant que la lecture renforcée d'une phrase contenant un ou plusieurs termes scalaires provient de l'application à la phrase d'un opérateur d'exhaustivité au sens du chapitre 1. Lorsque plusieurs termes scalaires sont présents dans la phrase, il peut arriver, selon les contextes, et également en fonction du type de prosodie utilisée, que certains des termes scalaires ne contribuent pas à la définition des alternatives pertinentes. Le fait qu'un terme scalaire, dans un contexte donné, contribue à la définition des alternatives sera indiqué, dans les exemples qui suivent, par le soulignement du terme en question (ce soulignement peut être vu comme l'expression de la *focalisation* de l'expression considérée, même si nous ignorons entièrement la contribution spécifique de la prosodie). Considérons ainsi la forme suivante :

$$(31) \quad \text{exh}(\text{La plupart des étudiants ont vu Pierre ou Paul})$$

L'interprétation de cette phrase sera la lecture exhaustive de *La plupart des étudiants ont vu Pierre ou Paul*, relativement à l'ensemble d'alternatives obtenues en substituant (éventuellement de manière simultanée) à chacun des termes soulignés un terme de la même échelle. Rappelons la sémantique de *exh*, une fois donné l'ensemble des alternatives élémentaires $ALT(S)$, où S est la phrase à laquelle s'applique *exh* :

$$(32) \quad \text{exh}(S) = \{w : w \in S \wedge \neg \exists w' \in S w' <_S w\}$$

avec $w <_S w'$ si et seulement si l'ensemble des membres de $ALT(S)$ vrais en w est strictement inclus dans l'ensemble des membres de $ALT(S)$ vrais en w' .

D'un point de vue intuitif, l'opérateur *exh* calcule le sens renforcé de la phrase à laquelle il s'applique, relativement à un certain ensemble d'alternatives.

¹⁴ Dans cette section, j'exploite une idée qui, dans un tout autre contexte, m'a été suggérée par Danny Fox (c.p.). J'en fais un usage sans rapport avec la raison qui l'avait amené à cette suggestion (il s'agissait pour lui de rendre compte de l'interprétation dite *free-choice* de la disjonction dans les contextes modaux), et j'utilise d'ailleurs un opérateur d'exhaustivité distinct de celui qu'il avait besoin de postuler lors de cette discussion. Voir notamment les notes des cours donnés par D. Fox lors du LSA Institute 2005, à Cambridge-USA (Hand-out 2-3).

Supposons maintenant que tout NP singulier est dans la même échelle que sa contrepartie plurielle, et, du même coup, que toute phrase contenant un *des-NP* a pour unique alternative la phrase obtenue en lui substituant le *un-NP* correspondant (nous considérons *un* et *des* comme étant des variantes de la même forme, le trait pluriel de *des* étant alors une pure marque d'accord liée au trait pluriel – qui est lui interprété – du NP pluriel qui le suit ; mais on pourrait admettre tout aussi bien que l'échelle pertinente est en fait <un, des>, plutôt que <NPsing, NPpluriel), sans que cela ne change rien¹⁵). Considérons alors :

(33) *exh*(Marie a vu des chevaux)

La phrase *Marie a vu des chevaux* (appelons cette phrase S) a pour unique alternative *Marie a vu un cheval*. Ces deux alternatives sont équivalentes, et signifient toutes deux «Marie a vu au moins un cheval». De ce fait, dans tout monde, ou bien elles sont toutes deux vraies, ou bien elles sont toutes deux fausses. Il s'ensuit que étant donné un monde *w* dans lequel S est vraie, il n'existe pas de monde *w'* tel que *w'* rend S vraie et tel que *w'* <_S*w* ; en effet, si S est vrai en *w'*, alors ce sont exactement les mêmes alternatives qui sont vraies en *w'* et *w*. De ce fait, on a :

(34) [[*exh*(Marie a vu des chevaux))] = [[Marie a vu des chevaux]]

En d'autres termes, l'application de *exh* n'a ici aucun effet (ce qui était évidemment attendu puisque les deux alternatives sont équivalentes). Mais considérons maintenant ce qui se produit lorsque l'on applique à nouveau *exh* à la phrase (33) :

(35) *exh*(*exh*(Marie a vu des chevaux))

¹⁵ Deux précisions importantes : premièrement, dans la perspective adoptée ici, la relation « être une alternative de » n'est pas nécessairement symétrique, et surtout n'est pas non plus forcément transitive. Ainsi, *des* a pour alternatives *un*, et rien d'autre, *un* a pour alternative *plusieurs*, mais *des* n'a pas pour alternative *plusieurs* (en revanche, on peut admettre que *un* compte aussi *des* parmi ses alternatives, mais cela ne joue en fait aucun rôle). Deuxièmement, ce n'est qu'indirectement que *un* est une alternative de *des*. Je penche plutôt pour l'hypothèse selon laquelle les échelles pertinentes, en ce cas, concernent les traits morphologiques de nombre : la marque de singulier et celle du pluriel sont en compétition. Les mécanismes usuels qui construisent, de manière récursive, les alternatives d'une expression qui contient une marque de nombre ont alors pour effet que l'expression *un cheval* soit une alternative à *des chevaux*.

Pour bien comprendre ce qui suit, il faut prêter attention au fait que, bien que *exh(Marie a vu des chevaux)* soit équivalent à *Marie a vu des chevaux*, ces deux phrases n'ont pas pour autant des alternatives équivalentes. L'unique alternative de *exh(Marie a vu des chevaux)* est *exh(Marie a vu un cheval)*. Or en admettant que *un* appartient à l'échelle <un, plusieurs> (ou d'ailleurs, cela n'a aucune importance ici, à l'échelle <un, deux, trois,...>), il se trouve que *exh(Marie a vu un cheval)* est équivalent à *Marie a vu exactement un cheval*. La seconde application de *exh*, donc, se fait donc relativement à un ensemble d'alternatives paraphrasables par {Marie a vu des chevaux, Marie a vu exactement un cheval}. Parmi les mondes rendant *exh(Marie a vu des chevaux)* vraie, certains rendent aussi vraie *Marie a vu exactement un cheval*, et d'autres rendent cette dernière phrase fausse. L'opérateur d'exhaustivité est défini de manière à retenir, parmi les mondes qui rendent vraie *exh(Marie a vu des chevaux)*, ceux dans lesquels la seconde alternative est fausse. On se retrouve donc avec l'ensemble des mondes dans lesquels, d'une part, Marie a vu des chevaux (phrase dont le sens littéral est « Marie a vu au moins un cheval »), et, d'autre part, Marie n'a pas vu exactement un cheval. Il s'avère donc que (35) est finalement équivalente à *Marie a vu plusieurs chevaux*, ce qui était le résultat recherché. L'idée d'*implicature de second ordre*, discutée plus haut, se trouve ici explicitée comme provenant d'une itération de l'opérateur d'exhaustivité. Il faut bien sûr stipuler que l'on choisit d'interpréter la phrase en lui appliquant le dit opérateur de manière itérée. En réalité, cette dernière contrainte n'est pas réellement une stipulation si l'on voit dans le fait d'itérer (potentiellement indéfiniment) l'opérateur comme une manière abrégée de décrire un processus pragmatique, qui, *a priori*, n'a aucune raison d'en rester aux inférences du premier ordre, mais doit produire à partir d'elles des inférences de deuxième ordre, puis de troisième ordre, etc. ; évidemment, ce processus ne donnerait pas de résultat final si l'on ne parvenait à un état stable, au sens suivant : étant donné une paire <S, i>, où S est une phrase et i l'interprétation de la phrase, on dit que <S, i> est stable si, pour tout n, $exh^n(S) = i$ (c'est-à-dire que pour que <S, i> soit stable, il faut que l'application, un nombre quelconque de fois, de *exh* à S ne soit pas capable d'en changer la valeur sémantique). On trouvera dans l'appendice une preuve que, sous certaines conditions (qui se trouvent réalisées dans le cas qui nous occupe), cela est bien le cas.

VIII. Prédications empiriques de l'hypothèse localiste

VIII. 1. Prédications de la seconde hypothèse si l'opérateur d'exhaustivité peut être inséré localement

Cette manière de voir ouvre de nouvelles perspectives pour l'analyse des phrases dans lesquelles le *des-NP* se trouve sous la portée d'un autre opérateur. En effet, en un tel cas, il existe théoriquement plusieurs sites possibles où l'on peut insérer *exh*, avec un résultat sémantique potentiellement différent selon les options choisies ; de plus, on peut aussi jouer sur la définition des alternatives, selon que l'on choisit d'« activer » ou de ne pas « activer » tel ou tel terme scalaire. Nous voulons pour l'instant considérer toutes les possibilités théoriques, étant entendu que si l'on admet la possibilité d'appliquer *exh* sous la portée d'un opérateur, on adopte de ce fait une théorie localiste du calcul des implicatures. Il convient tout de suite de remarquer que si l'on ne met aucune restriction sur les sites d'insertion de l'opérateur, on perd la prédiction selon laquelle les implicatures scalaires sont suspendues dans les contextes monotones décroissants et non-monotones. Si, en revanche, l'on met en place les contraintes nécessaires pour « récupérer » cette prédiction, on court le risque que la théorie localiste soit beaucoup plus *ad hoc* que les théories proprement pragmatiques et globalistes, qui, elles, font cette prédiction sans qu'on ait besoin d'hypothèse particulière spécialement destinée à ces cas.

Considérons à nouveau, par conséquent, le cas où le *des-NP* se trouve sous la portée d'un quantificateur universel :

(36) Chaque jour de cette semaine, Marie a récité des poèmes

Il nous faut considérer toutes les formes suivantes (nous ignorons les cas dans lesquels *des poèmes* n'est pas souligné, cas qui ne donnent lieu à aucune inférence spéciale liée à la présence de la morphologie plurielle – il nous faudrait, en toute rigueur, expliquer pourquoi ces cas sont semble-t-il exclus) :

(37) a. *exh(exh(Chaque jour de cette semaine, Marie a récité des poèmes))*

- b. $\text{exh}(\text{Chaque jour de cette semaine, } \text{exh}(\text{Marie a récité } \underline{\text{des poèmes}}))$
- c. Chaque jour de cette semaine, $\text{exh}(\text{exh}(\text{Marie a récité } \underline{\text{des poèmes}}))$
- d. $\text{exh}(\text{exh}(\underline{\text{Chaque}} \text{ jour de cette semaine, Marie a récité } \underline{\text{des poèmes}}))$
- e. $\text{exh}(\underline{\text{Chaque}} \text{ jour de cette semaine, } \text{exh}(\text{Marie a récité } \underline{\text{des poèmes}}))$

(37)a. : Lorsqu'on applique le second opérateur, les alternatives pertinentes sont $\text{exh}(\text{Chaque jour...} \underline{\text{des poèmes}})$ (qui a pour sens « Chaque jour...au moins un poème ») et $\text{exh}(\text{Chaque jour...} \underline{\text{un poème}})$ (qui a pour sens « Chaque jour ... un poème et non(chaque jour...plusieurs poèmes) ») ; le résultat de cette application donne donc : « Chaque jour de cette semaine, Marie a récité plusieurs poèmes » (l'application de deux opérateurs d'exhaustivité successifs correspond en fait au mécanisme de dérivation discuté dans la section 6)

(37)b. : L'application du second opérateur se fait relativement aux alternatives suivantes :

Chaque jour, $\text{exh}(\text{Marie a récité } \underline{\text{des poèmes}})$ *,* *Chaque jour,* $\text{exh}(\text{Marie a récité } \underline{\text{un poème}})$ *, qui signifient, respectivement : « Chaque jour, Marie a récité au moins un poème », « chaque jour, Marie a récité exactement un poème ». On se retrouve donc dans la situation correspondant à notre hypothèse initiale, selon laquelle* *des poèmes* *entre en compétition avec* *exactement un poème**, et l'application du second opérateur donne comme résultat la conjonction de* *Chaque jour de cette semaine, Marie a récité au moins un poème* *et de la négation de* *Chaque jour de cette semaine, Marie a récité exactement un poème**, c'est-à-dire :*

Chaque jour de cette semaine, Marie a récité au moins un poème, et au moins un jour de cette semaine, elle en a récité plusieurs.

Pour les exemples qui suivent, je donne simplement le résultat final du calcul :

(37)c. : *Chaque jour de cette semaine, Marie a récité plusieurs poèmes*

(37)d. : *Chaque jour de cette semaine, Marie a récité plusieurs poèmes*

(37)e. : *Chaque jour de cette semaine, Marie a récité plusieurs poèmes*

On voit que les formes a, c, d, e donnent lieu finalement à la même interprétation. Si nous souhaitons répondre à la question de savoir s'il est nécessaire de postuler des opérateurs d'exhaustivité enchâssés, par conséquent, l'existence de cette lecture ne nous

sera d'aucune aide, puisqu'elle peut être obtenue au moyen des formes a. et d. ; de plus, l'application (même itérée) de l'opérateur d'exhaustivité à l'ensemble de la phrase peut être vue non pas comme reflétant la forme linguistique sous-jacente, mais simplement comme un procédé permettant de calculer le sens inféré d'une phrase, sans que l'on doive abandonner l'idée que le processus conduisant à ce sens inféré soit purement pragmatique ; l'itération de l'opérateur est alors une manière de calculer le sens inféré en admettant, comme cela est tout à fait naturel, que le sens inféré des alternatives d'une phrase donnée peut lui-même servir d'input à un processus pragmatique inférentiel¹⁶. De ce fait, il devient crucial de déterminer si oui ou non la lecture plus faible (*Chaque jour de cette semaine, Marie a récité au moins un poème, et elle en a récité plusieurs au moins un jour*) existe, puisque cette lecture quant à elle, ne peut correspondre qu'à la forme (37)b, et que nous avons donc besoin, pour l'engendrer d'adopter une approche localiste (au sens où un opérateur d'exhaustivité se trouve inséré sous la portée d'un quantificateur). Il nous semble que cette lecture est possible, bien que marginale, ce qui pourrait s'expliquer si deux systèmes distincts cohabitaient, l'un, purement pragmatique, et utilisé par défaut, engendrant les lectures produites par l'application d'un ou plusieurs opérateurs d'exhaustivité à la phrase entière, l'autre, grammatical, et soumis à certaines contraintes à déterminer, fondé sur l'existence d'un item lexical invisible ayant la sémantique de l'opérateur d'exhaustivité, et dont la distribution syntaxique serait déterminée par des principes purement syntaxiques.

L'examen de la phrase suivante, dont l'analyse est plus simple, nous conduira dans la même direction :

(38) Jacques était certain que Marie réciterait des poèmes

Nous admettons ici que *certain* (dans le sens employé ici) n'est pas un terme scalaire, ce qui limite les possibilités :

- (39) a. exh(exh(Jacques était certain que Marie réciterait des poèmes))
 b. exh(Jacques était certain que exh(Marie réciterait des poèmes))
 c. Jacques était certain que exh(exh(Marie réciterait des poèmes))

¹⁶ Voir dans l'appendice une formalisation différente mais équivalente, suggérée par Philippe Schlenker (c.p) , qui se présente directement sous la forme d'une analyse purement pragmatique.

Lectures associées à chacune de ces formes :

(39)a : Jacques était certain que Marie réciterait plusieurs poèmes (lecture forte)

(39)b. : Jacques était certain que Marie réciterait au moins un poème, et il croyait possible qu'elle en récite plusieurs (lecture faible)

(39)c. : Jacques était certain que Marie réciterait plusieurs poèmes (lecture forte)

A nouveau, la lecture faible ne peut être engendrée qu'au moyen de la forme dans laquelle un opérateur d'exhaustivité se trouve enchâssé (ici, sous la portée d'un prédicat d'attitude). Là encore, il nous semble qu'il faille admettre cette possibilité, bien que, par défaut, semble-t-il, ce soit la lecture forte qui est naturelle.

VIII. 2. L'hypothèse initiale revisitée

Si maintenant nous admettons la possibilité que l'opérateur d'exhaustivité soit appliqué sous la portée d'un opérateur, il nous faut également en discerner les conséquences dans le cas où l'on maintiendrait notre hypothèse initiale, c'est-à-dire en admettant l'échelle <des, exactement un>

Considérons donc à nouveau :

(40) Chaque jour de cette semaine, Marie a récité des poèmes

Les formes à considérer sont les suivantes (dans le cadre de l'hypothèse initiale, le fait d'itérer l'opérateur, quel que soit son site d'insertion, n'a aucun effet, et peut n'être pas pris en compte) :

(41) a. exh(Chaque jour de cette semaine, Marie a récité des poèmes)

b. Chaque jour de cette semaine, exh(Marie a récité des poèmes)

c. exh(Chaque jour de cette semaine, Marie a récité des poèmes)

Voici leurs interprétations respectives :

(41)a. : *Chaque jour de cette semaine, Marie a récité au moins un poème, et au moins un jour, elle en a récité plusieurs*

(41)b. : *Chaque jour de cette semaine, Marie a récité plusieurs poèmes*

(41)c. : *Chaque jour de cette semaine, Marie a récité plusieurs poèmes*

Examinons également le cas suivant :

(42) Jacques était certain que Marie réciterait des poèmes

Les formes à considérer sont les suivantes :

- (43) a. exh(Jacques était certain que Marie réciterait des poèmes)
b. Jacques était certain que exh(Marie réciterait des poèmes)

Et les interprétations obtenues sont :

(43)a. : *Jacques était certain que Marie réciterait au moins un poème et croyait possible qu'elle en récite plusieurs*

(43)b. : *Jacques était certain que Marie réciterait plusieurs poèmes*

Comment trancher entre l'hypothèse initiale, selon laquelle *des* est lexicalement spécifié comme entrant en compétition avec *exactement un*, et la deuxième hypothèse, dans laquelle on admet l'échelle <un, des>, d'une part, et l'échelle <un, plusieurs>, d'autre part ?

Si l'on rejette l'option localiste, il nous faut considérer uniquement les formes dans lesquelles les opérateurs prennent portée sur l'ensemble de la phrase, et alors les deux théories font des prédictions opposées : l'hypothèse initiale prédit des « lectures faibles » (lectures du type *Jacques était certain que Marie réciterait un poème et n'excluait pas qu'elle en lise plusieurs*) et la seconde hypothèse des « lectures fortes » (*Jacques était certain que Marie réciterait plusieurs poèmes*). Les deux hypothèses, toujours lorsqu'on exclut l'insertion locale de l'opérateur d'exhaustivité, prédisent l'absence de lectures plurielles dans les contextes monotones décroissants. Comme il nous semble que les deux lectures, fortes et faibles, existent, il est raisonnable d'admettre l'option localiste. En ce cas, les deux théories font les mêmes prédictions, mais de manière très différente. Pour la phrase (42) (= (38)), par exemple, l'hypothèse initiale permet d'obtenir la lecture forte par l'insertion de l'opérateur sous la portée de *certain*, et donne la lecture faible lorsqu'on l'applique à toute la phrase ; c'est exactement l'inverse lorsqu'on considère la seconde hypothèse. Pour la phrase (40) (= (36)), l'hypothèse initiale permet d'obtenir les deux lectures lorsqu'on applique

l'opérateur à toute la phrase, selon que *chaque* se trouve ou ne se trouve pas souligné, tandis que la seconde hypothèse ne permet d'obtenir la lecture faible que par l'insertion de l'opérateur sous la portée du quantificateur universel.

Il nous semble que l'on peut néanmoins trouver des raisons de préférer la seconde hypothèse, celle pour laquelle la possibilité d'itérer les opérateurs est cruciale ; une première raison de préférer cette hypothèse, purement conceptuelle, est qu'elle est moins *ad hoc* que l'hypothèse initiale : on ne voit pas pourquoi *des* serait en compétition avec *exactement un*, mais il est naturel de penser qu'une forme plurielle est en compétition avec sa contrepartie singulière. Une seconde raison, de nature empirique, est la suivante : quoique les intuitions soient assez instables, la lecture « forte » nous semble en général préférée ; comme par ailleurs, l'option localiste est elle-même peu motivée conceptuellement, et, en tout cas, ne peut pas correspondre à un processus purement pragmatique, il est raisonnable de supposer que, par défaut, on n'en fait pas usage¹⁷ ; or, lorsqu'on restreint l'application de l'opérateur de telle manière qu'il ne puisse s'appliquer qu'à la phrase entière, la seconde hypothèse engendre uniquement les lectures fortes, ce qui pourrait expliquer leur statut privilégié. Aucune explication de la préférence relative pour la lecture forte ne semble possible dans le cadre de notre hypothèse initiale. Enfin, il faut remarquer que l'option localiste permet aussi, en principe, le maintien de la lecture plurielle dans les contextes monotones décroissants, ce qui contredit nos observations initiales. Il est donc nécessaire qu'elle soit fortement contrainte. Je suggère, mais seulement à titre d'hypothèse provisoire, que l'insertion de l'opérateur sous la portée d'un opérateur monotone décroissant doit toujours être signalée par la focalisation du terme avec lequel il s'associe, en l'occurrence l'indéfini pluriel, ou, pour être plus exact, le trait de morphologie plurielle (car c'est lui, en fait, qui engendre la compétition avec le singulier). En français, c'est l'article *des* lui-même qui porte de manière visible cette marque. On peut donc s'attendre au maintien de la lecture plurielle dans les contextes décroissants si le mot *des* est accentué. Cela me semble être le cas :

- (44) Tous ceux qui ont DES_F enfants ont droit aux allocations (pas ceux qui n'en ont qu'un seul)

¹⁷ L'option localiste, de plus, pose potentiellement des difficultés théoriques lorsqu'on considère les contextes monotones décroissants.

IX. Une note sur la notion de *présupposition implicite*

Plusieurs travaux très novateurs d'Uli Sauerland¹⁸ ont pour but, comme ce chapitre, de rendre compte de certains aspects de l'interprétation des morphèmes fonctionnels comme les morphèmes de nombre en termes pragmatiques. Je veux simplement indiquer que l'approche présentée ici diffère de manière importante de celle de Sauerland (tout en étant compatible avec elle). J'illustre brièvement la notion de *présupposition implicite*, dans le cas de la morphologie plurielle :

- (45) a. Marie a amené sa voiture
 b. Marie a amené ses voitures

L'idée de Sauerland est la suivante : (45)a présuppose que Marie possède une unique voiture. Et (45)b présuppose simplement que Marie a *une ou plusieurs voitures*. Mais, en raison d'un principe dit de *maximisation des présuppositions*, l'emploi de (45)b est inapproprié lorsque les présuppositions de (45)a sont satisfaites, parce que ces présuppositions sont logiquement plus fortes, et que les deux phrases, dans les contextes où la présupposition de (45)a est satisfaite, ont nécessairement la même valeur de vérité. De ce fait, l'emploi de (45)b conduit à inférer que la présupposition de (45)a n'est pas satisfaite, c'est-à-dire que le contexte n'est pas tel que l'existence d'une *unique* voiture de Marie est connaissance commune ; il est alors naturel de conclure que Marie possède plusieurs voitures, ce que Sauerland appelle une *implicated presupposition*. Si ce mécanisme paraît extrêmement proche de ce qui est présenté dans ce chapitre, il faut bien voir qu'il en diffère fondamentalement sur un point important : le mécanisme de compétition pragmatique qui dérive les *présuppositions implicites* ne distingue pas entre les contextes monotones croissants et les contextes monotones décroissants. Considérons ainsi :

- (46) a. Il est impossible que Marie ait amené sa voiture
 b. Il est impossible que Marie ait amené ses voitures

¹⁸ Sauerland (2003, 2004b)

Bien que *sa voiture* et *ses voitures* se trouvent dans un contexte monotone décroissant, ces deux phrases continuent de présupposer, respectivement :

- (47) a. Marie possède une et une seule voiture
 b. Marie possède une ou plusieurs voitures

C'est précisément le maintien des présuppositions sous la négation qui contribuent à les distinguer empiriquement des implicatures scalaires. De ce fait, le principe de maximisation des présuppositions a le même effet que précédemment, et l'on conclut, à nouveau, que Marie possède plusieurs voitures ; cette prédiction est d'ailleurs exacte. En revanche, le phénomène principal que ce chapitre visait à expliquer était la *perte* de l'interprétation plurielle des indéfinis pluriels dans les contextes monotones décroissants ; parce que la compétition entre le pluriel et le singulier, lorsque des indéfinis sont en jeu, conduit à comparer des phrases qui diffèrent non pas par leurs présuppositions, mais par leurs conditions de vérité (une fois tenu compte du « sens renforcé » des indéfinis singuliers), la distribution de la lecture plurielle est sensible à la monotonie du contexte syntaxique. Il se trouve que la présupposition que Sauerland associe à *ses voitures* dans (45)b (« il existe *une ou plusieurs* voitures de Marie) suit directement des idées que j'ai présentées : si *voitures* dénote *tous les groupes de voitures* (y compris les groupes contenant une *unique* voiture), alors les mécanismes compositionnels usuels devraient conduire à ce que *les voitures* présuppose simplement que *voitures* a une extension non-vide, et dénote le groupe maximal de *voitures* (cf. Link 1983).

Quelles que soient les différences entre les mécanismes décrits dans ce chapitre et ceux qui gouvernent les présuppositions implicites, il reste que les deux types de phénomènes éclairent d'un jour nouveau l'interprétation de la morphologie fonctionnelle : à partir de l'idée, en elle-même banale, que différents morphèmes de même catégorie sont, en un sens intuitif, *en compétition*, on peut utiliser les résultats obtenus dans le champ de la pragmatique formelle pour rendre compte de la sémantique fine de nombreux morphèmes. Sauerland (2004b) applique ces idées aux traits de personne, de genre, de nombre, et de temps. Schlenker (2005) tente de les appliquer aux traits de mode (*subjonctif* vs. autres modes).

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que la distribution des lectures plurielles et numériquement neutres des indéfinis pluriels étaient prédictible à partir de l'hypothèse selon laquelle le contenu sémantique littéral des indéfinis pluriels correspondait à la lecture neutre, tandis que les lectures plurielles sont en réalité des implicatures. Nous avons examiné deux hypothèses distinctes : selon la première, un syntagme de la forme *des-NP* se trouve en compétition avec un syntagme dont la signification est équivalente à *exactement un-NP*. Selon la seconde, qui nous paraît mieux motivée, un indéfini pluriel est en compétition avec l'indéfini singulier correspondant, et c'est un mécanisme d'*implicature d'ordre supérieur* qui permet de dériver les lectures plurielles. Nous avons montré que ces deux hypothèses font des prédictions légèrement différentes dans les cas où l'indéfini pluriel se trouve enchâssé sous un autre opérateur logique ; les prédictions de la deuxième hypothèse semblent meilleures ; mais, sous l'hypothèse que les implicatures scalaires puissent être calculées *localement*, les deux approches font des prédictions identiques ; le caractère relativement plus saillant de certaines lectures, cependant, nous conduit encore à préférer la seconde hypothèse.

Je joins un appendice qui établit que, sous certaines hypothèses, l'itération du raisonnement donnant lieu aux implicatures scalaires –itération qui permet l'existence d'implicatures du second ordre- conduit, au bout d'un nombre fini d'itérations, à une interprétation stable.

Appendice

Comme nous l'avons dit, nous considérons que l'itération d'opérateurs d'exhaustivité portant sur l'ensemble d'une phrase représente le fait qu'en principe, les processus d'inférences pragmatiques ne s'arrêtent pas dès qu'on a produit un renforcement du sens, mais peuvent aussi prendre pour base les sens inférés au moyen d'un premier raisonnement pour produire de nouvelles inférences. C'est donc une hypothèse en principe entièrement motivée que de supposer que l'interprétation pragmatique d'une phrase est donnée par l'itération, un nombre quelconque de fois, de l'opérateur d'exhaustivité. Mais bien entendu, cela n'aurait pas de sens si cette itération ne finissait pas par aboutir à un résultat qui ne soit pas modifiable par une application additionnelle de l'opérateur, c'est-à-dire conduite à un point à partir duquel l'application du raisonnement gricéen ne modifie plus les conditions de vérité. En d'autres termes, il nous faut espérer que la conjecture suivante est vraie :

Conjecture du point fixe :

Pour tout S , il existe un entier n , tel que pour tout entier m supérieur à n , $[[\text{exh}^m(S)]] = [[\text{exh}^n(S)]]$, où ' $\text{exh}^n S$ ' représente la phrase obtenue en appliquant n fois exh à S .

Je présente maintenant une preuve de ce fait, dans le cas où l'ensemble des alternatives de n 'importe quel terme scalaire est fini, et où l'ensemble des échelles possibles est lui-même fini.

I. Formalisation du problème

Dans tout ce qui suit, ' \subseteq ' dénote l'inclusion, et ' \subset ' l'inclusion stricte

Nous allons procéder comme suit : étant donné un énoncé S , on note $\text{ALT}(S)$ l'ensemble de ses alternatives et $i_0(S)$ l'interprétation littérale de S . Lorsqu'on applique une première fois l'opérateur d'exhaustivité, on obtient une nouvelle interprétation pour S , nommée $i_1(S)$. Par hypothèse, $i_1(S) = \text{exh}(S)$. Pour toute alternative T de S , on note $i_0(T)$ et $i_1(T)$, respectivement, l'interprétation littérale de T et $\text{exh}(T)$. Lorsqu'on

applique à nouveau *exh* à S, il faut tenir compte cette fois-ci du sens renforcé des alternatives de S, et donc notamment, de $i_i(T)$. Comme $i_1(T)$ dépend lui-même de l'interprétation des alternatives de T, on voit que le calcul de $i_2(S)$ fera intervenir non seulement les alternatives de S, mais également celles de T, puis, à l'étape suivante, les alternatives des alternatives de T, etc. Plus généralement, la suite des $i_n(S)$ va dépendre de la clôture transitive de $ALT(S)$, notée $ALT_{TRANS}(S)$, c'est-à-dire de l'ensemble des alternatives de S, des alternatives des alternatives de S, etc. Nous supposons que $ALT_{TRANS}(S)$ est fini (une hypothèse qui ne va pas de soi). Ce que nous voulons montrer, c'est qu'au bout d'un certain temps les valeurs sémantiques des membres de $ALT_{TRANS}(S)$ ne varient plus.

Pour ce faire, on définit par récurrence une suite d'ensembles $L_i(S)$, de la manière suivante :

$$L_0(S) = \{ \langle P, i_0(P) \rangle : P \in ALT_{TRANS}(S) \}$$

$$L_{n+1}(S) = \{ \langle P, i_{n+1}(P) \rangle : P \in ALT_{TRANS}(S) \}$$

$L_0(S)$ contient donc toutes les paires du type $\langle \text{phrase } X, \text{interprétation littérale de } X \rangle$, pour chaque alternative de S. Et $L_n(S)$ contient toutes les paires du type $\langle \text{phrase } X, \text{interprétation de } X \text{ après } n \text{ itérations de l'opérateur d'exhaustivité} \rangle$.

Nous voulons que pour tout P, $i_{n+1}(P)$ soit égal à l'interprétation exhaustive de P relativement à la valeur sémantique des alternatives de P à l'étape n. En d'autres termes :

$$- i_{n+1}(P) = \{ w : w \in i_n(P) \wedge \forall w' \in i_n(P), \neg(w' \leq_{P,n} w) \},$$

avec :

$$- w' \leq_{P,n} w \text{ si : } \forall X \in ALT(P) (w' \in i_n(X) \rightarrow w \in i_n(X))$$

(c'est-à-dire $w' \leq_{P,n} w$ si l'ensemble des alternatives de P vraies en w' (sous leur interprétation à l'étape n) est contenu dans l'ensemble des alternatives de P vraies en w (sous leur interprétation à l'étape n))

$$- w' <_{P,n} w \text{ si } w' \leq_{P,n} w \text{ et } \neg(w \leq_{P,n} w').$$

A prouver : Pour tout S , si $ALT_{TRANS}(S)$ est fini, alors il existe n tel que pour tout m supérieur à n , $L_m(S) = L_n(S)$.

II. Preuve

Dans tout ce qui suit, on considère que $ALT_{TRANS}(S)$ est fini.

Lemme : Soit S . Pour tout $P \in ALT_{TRANS}(S)$, il existe n tel que pour tout m tel que $m \geq n$, $i_m(P) = i_n(P)$

Sous-lemme :

Pour tout $P \in ALT_{TRANS}(S)$, pour tout n , $i_n(P)$ a la propriété suivante :

$$\forall w \forall w' (w \cong_S^* w' \rightarrow (w \in i_n(P) \Leftrightarrow w' \in i_n(P)))$$

avec : $w \cong_S^* w'$ si pour tout X dans $ALT_{TRANS}(S)$, $i_0(X)$ est vrai en w si et seulement si $i_0(X)$ est vrai en w' .

(En d'autres termes, la valeur de vérité d'un membre P de $ALT_{TRANS}(S)$ à l'étape n dépend exclusivement de la valeur de vérité des membres de $ALT_{TRANS}(S)$ compris sous leur sens littéral)

Preuve du sous-lemme:

Par récurrence :

- la propriété en question est trivialement vraie de $i_0(P)$, pour tout $P \in ALT_{TRANS}(S)$: étant donné $P \in ALT_{TRANS}(S)$, soit deux mondes w et w' qui rendent vrais exactement les mêmes $i_0(X)$, où X parcourt $ALT_{TRANS}(S)$. Alors ou bien $i_0(P)$ est vrai à la fois en w et w' , ou bien $i_0(P)$ est faux à la fois en w et w' .

- Supposons que : $\forall P \in ALT_{TRANS}(S), \forall w \forall w' (w \cong_S^* w' \rightarrow (w \in i_n(P) \Leftrightarrow w' \in i_n(P)))$.

On veut montrer qu'alors :

$$\forall P \in ALT_{TRANS}(S), \forall w \forall w' (w \cong_S^* w' \rightarrow (w \in i_{n+1}(P) \Leftrightarrow w' \in i_{n+1}(P))).$$

Soit $P \in ALT_{TRANS}(S)$. Soient deux mondes w et w' tels que $w \cong_S^* w'$.

Il faut montrer a) que si $w \in i_{n+1}(P)$, alors $w' \in i_{n+1}(P)$, et b) que si $w' \in i_{n+1}(P)$, alors $w \in i_{n+1}(P)$. Comme a) et b) sont des énoncés identiques une fois que l'on substitue w à w'

et w' à w , et comme la seule hypothèse de départ est $w \cong^*_S w'$, w et w' jouent des rôles entièrement symétriques, et il suffit de prouver a).

Supposons que $w \in i_{n+1}(P)$. Il faut montrer qu'alors $w' \in i_{n+1}(P)$. Supposons que cela ne soit pas le cas. Alors, par définition de la suite des $i_j(P)$, il existe $w'' \in i_n(P)$ tel que $w'' <_{P,n} w'$. Cela signifie que tous les $i_n(X)$ vrais en w'' (avec X parcourant $ALT_{TRANS}(S)$) sont vrais en w' , et pas réciproquement. Comme $w \cong^*_S w'$, par hypothèse de récurrence, pour tout X de $ALT_{TRANS}(S)$, w rend vrai $i_n(X)$ si et seulement si w' rend également vrai $i_n(X)$. Par conséquent, on a aussi $w'' <_{P,n} w$. Mais cela contredit le fait que $w \in i_{n+1}(P)$.

Preuve du lemme : Soit S . Soit $P \in ALT_{TRANS}(S)$. Notons d'abord que, pour tout n , on a $i_{n+1}(P) \subseteq i_n(P)$. La suite $(i_i(P))_{i \in \mathbb{N}}$ est donc décroissante, et donc pour tout couple (m,n) tel que $m \geq n$, $i_m(P) \subseteq i_n(P)$.

Pour tout w , nous notons w/S la classe d'équivalence de w relativement à la relation d'équivalence \cong^*_S . Il suit du sous-lemme que, pour tout w et tout n , ou bien $w/S \subseteq i_n(P)$ ou bien $w/S \cap i_n(P) = \emptyset$. On peut donc décrire $i_n(P)$ comme une union de classes d'équivalences. Comme $ALT_{TRANS}(S)$ est par hypothèse fini, il n'y a qu'un nombre fini de classes d'équivalence, et donc pour tout n , $i_n(S)$ est l'union d'un ensemble fini de classes d'équivalences. Supposons que le lemme soit faux, c'est-à-dire que pour tout n , il existe $m \geq n$ tel que $i_m(P) \not\subseteq i_n(P)$. Comme pour tout couple (m,n) tel que $m \geq n$, $i_m(P) \subseteq i_n(P)$, il s'ensuit que pour tout n , il existe m tel que $m \geq n$ et $i_m(P) \subset i_n(P)$. On peut donc extraire de la suite des $i_j(P)$ une sous-suite *strictement décroissante*. Notons cette sous-suite $(u_i)_{i \in \mathbb{N}}$. Comme $(u_i)_{i \in \mathbb{N}}$ est strictement décroissante, l'ensemble des classes d'équivalences contenues dans u_{n+1} est toujours strictement inclus dans l'ensemble des classes d'équivalences contenues dans u_n . Comme le nombre de classes d'équivalence est fini, il y a de moins en moins de classes d'équivalence à mesure que l'on avance dans la suite $(u_i)_{i \in \mathbb{N}}$, et il doit exister un entier p tel que u_p ne contient aucune classe d'équivalence, c'est-à-dire est l'ensemble vide ; mais alors il est impossible que $u_{p+1} \subset u_p$, ce qui est contradictoire. CQFD

Théorème : pour tout S , il existe n tel pour tout m tel que $m \geq n$, $L_m(S) = L_n(S)$.

Preuve :

Soit S . D'après le lemme, pour chaque P dans $ALT_{TRANS}(S)$, il existe un entier p tel que pour tout q tel que $q \geq p$, $i_q(P) = i_p(P)$.

Soit $n = \text{MAX} \{p \in \mathbb{N} : \text{il existe } P \in ALT_{TRANS}(S) \text{ tel que } p \text{ est le plus petit nombre tel que pour tout } q \text{ supérieur à } p, i_q(P) = i_p(P)\}$. Alors pour tout $P \in ALT_{TRANS}(S)$, on a : $\forall m \geq n, i_m(P) = i_n(P)$, et l'on a donc aussi $\forall m \geq n, L_m(S) = L_n(S)$. CQFD

